

# 计及悬架和路面扰动下的轮式悬架 移动机械手动力学研究

李蕊 张明路 孙凌宇 张建华 张小俊

河北工业大学,天津,300130

**摘要:**对轮式悬架移动机械手进行动力学研究。综合考虑移动载体的线弹性—阻尼悬架和不平路面等工况,结合轮式悬架移动机械手的约束方程,提取了系统独立坐标变量和关联坐标变量,构建出包含构件坐标变量的轮式悬架移动载体的驱动力模型,建立了轮式悬架移动机械手动力学模型,采用数值仿真对比研究了不同载体移动速度、不同线弹性—阻尼悬架和不同路面对动力学模型的影响。研究表明,载体的移动速度对其沿垂直方向的波动的中心位置影响大,悬架刚度和路面扰动对移动载体沿垂直方向的波动范围、移动载体的倾角变化范围、移动载体的驱动力的变化范围均有影响。

**关键词:**悬架;路面扰动;移动机械手;动力学

中图分类号:TH12

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2013.01.016

## Dynamics of Wheeled Suspension Mobile Manipulator with Suspension and Pavement Disturbances

Li Rui Zhang Minglu Sun Lingyu Zhang Jianhua Zhang Xiaojun

Hebei University of Technology, Tianjin, 300130

**Abstract:** A wheeled suspension mobile manipulator dynamics was studied herein. Synthetically considering the elastic damping suspension and uneven ground and combining with constraint equations of the wheeled suspension mobile manipulator, the independent coordinate variables and the associated coordinate variables were extracted. The driving force model which contained the variables of the components of the wheeled suspension mobile carrier, and the dynamics model of the wheeled suspension mobile manipulator were established. The effects of the different speeds of the carrier, different linear elastic—damping suspensions and different pavements on the dynamics model were studied comparatively by numerical simulation. And the reasons were analyzed. The results of the study show that the speed of the carrier has a great impact on the center position of the wave of the mobile carrier in the vertical direction, the stiffness of the suspension and the pavement disturbance also have impact on the wave range in the vertical direction of the mobile carrier, the angle range of the mobile carrier and the driving force range of the mobile carrier.

**Key words:** suspension; pavement disturbance; mobile manipulator; dynamics

## 0 引言

本课题以我国石油化工企业化学危险品储罐巡检的特殊要求为背景,要求选件机器人在不平整的地面上以较高速度运行。轮式悬架移动机械手系统由一个机械手固定在一个全方位轮式悬架移动平台上构成。在移动载体上引入线弹性—阻尼悬架以缓和由地面不平引起的系统振动与冲击,提高机械手运动的平顺性,从而提高移动机械手末端执行器的位置精度。国内外学者对移动机械手的动力学及控制方面的研究较多,而对计及悬架的移动机械手在不平整地面上的动力学研究较少。目前对动力学的研究多采用拉格朗日法<sup>[1-6]</sup>等,常见的控制方法有动态滑模控制<sup>[7-9]</sup>、鲁

棒控制<sup>[10-13]</sup>、模糊逻辑控制<sup>[14-15]</sup>、神经网络法<sup>[15]</sup>、遗传算法<sup>[14,16]</sup>、复合控制法<sup>[17]</sup>等。由于弹性阻尼悬架和路面情况的引入,使得轮式悬架移动载体的动力学模型是一个与悬架的弹性变量、机械手坐标变量和路面相关的复杂函数。

本文综合考虑了移动载体的线弹性—阻尼悬架和不平路面等工况,建立了轮式悬架移动机械手拉格朗日动力学模型,分析了不同载体移动速度、不同线弹性—阻尼悬架和不同路面下的动力学模型对系统的影响。

## 1 轮式悬架移动机械手动力学分析与推导

如图1所示,轮式悬架移动机械手以速度 $v$ 经过不平整地面。整个系统由轮式悬架移动载体和机械手组成,其中轮式悬架移动载体为构件1,机械手为构件2。移动载体坐标系 $O_1X_1Y_1$ 产生

收稿日期:2012-08-29

基金项目:国家高技术研究发展计划(863计划)资助项目(2011AA040201);国家自然科学基金资助项目(61075097);天津市自然科学基金资助项目(12JCYBJC12100)

$\theta_1$  的倾角, 构件 2 载体坐标系  $O_2X_2Y_2$  与整体坐标系  $OX_0Y_0$  的夹角为  $\theta_2$ , 与移动载体坐标系  $O_1X_1Y_1$  的夹角为  $\theta_{2i}$ 。定义  $R_i = [r_{i1} \ r_{i2}]^T$  为构件  $i$  ( $i = 1, 2$ ) 坐标系  $O_iX_iY_i$  原点相对于整体坐标系  $OX_0Y_0$  原点的位置矢量;  $\bar{u}_i$  为构件  $i$  ( $i = 1, 2$ ) 上的点在其载体坐标系下的位置矢量;  $A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \end{bmatrix}$  为构件  $i$  ( $i = 1, 2$ ) 载体坐标系相对于整体坐标系的旋转矩阵。

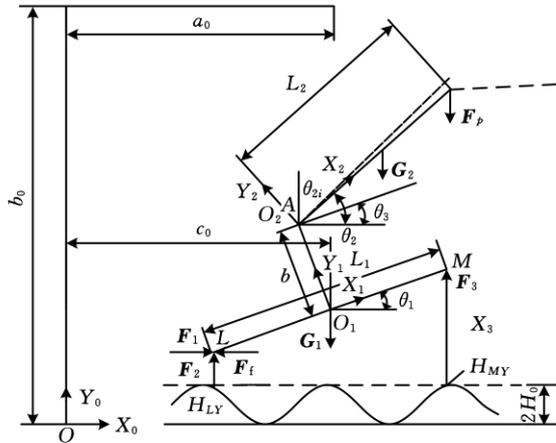


图 1 轮式悬架移动机械手简图

不平整路面采用正弦函数可描述为

$$\left. \begin{aligned} H_{LY} &= H_0 \sin(2\pi vt/\lambda + \pi) + H_0 \\ H_{MY} &= H_0 \sin(2\pi vt/\lambda + 2\pi d/\lambda + \pi) + H_0 \\ d &= L_1 \cos\theta_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $H_{LY}, H_{MY}$  为移动载体与地面接触点  $L, M$  在整体坐标系  $OX_0Y_0$  下  $Y_0$  方向的坐标;  $H_0$  为不平整地面的波动幅值;  $\lambda$  为不平整地面的波动波长;  $L_1$  为构件 1 的长度。

### 1.1 系统描述

构件 2 上任一点相对于整体坐标系  $OX_0Y_0$  的位置矢量为

$$r_2 = R_2 + A_2 \bar{u}_2 \quad (2)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix}$$

其中,  $[R_2^T \ \theta_2]^T$  用于描述构件 2 构型的参考坐标。  $q_1, q_2$  分别为描述移动机械手构件 1、构件 2 的广义坐标, 定义如下:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= [R_1^T \ \theta_1]^T = [r_{11} \ r_{12} \ \theta_1]_{1 \times 3}^T \\ q_2 &= [R_2^T \ \theta_2 \ \theta_{2i}]^T = [r_{21} \ r_{22} \ \theta_2 \ \theta_{2i}]_{1 \times 4}^T \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

移动机械手运动约束方程为

$$C_1 = \begin{bmatrix} R_2 + A_2 \bar{u}_{2A} - R_1 - A_1 \bar{u}_{1A} \\ r_{11} - vt - c_0 \\ \theta_2 - \theta_{2i} - \theta_1 \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{4 \times 1} \quad (4)$$

其中,  $\bar{u}_{2A}, \bar{u}_{1A}$  为构件 2 与构件 1 间的转动铰点  $A$  相对其载体坐标系原点的位置矢量。

系统中的广义坐标变量可分为独立坐标变量

与关联坐标变量。其中, 独立坐标变量各量彼此线性独立, 是系统坐标变量发生变化的主动因素, 而关联坐标变量则可由独立坐标变量表示。按照这个原理进行独立坐标变量与关联坐标变量分离。由式(4)进行独立坐标与关联坐标分离:  $q_d = f(q_i)$ 。其中  $q_d = (r_{11} \ R_2^T \ \theta_2)_{1 \times 4}^T$  为系统关联坐标,  $q_i = (r_{12} \ \theta_1 \ \theta_{2i})_{1 \times 3}^T$  为系统独立坐标。  $q$  定义为  $q = (q_i^T \ q_d^T)_{1 \times 7}^T$ 。

可用系统独立变量表示该移动机械手构型:

$$\left. \begin{aligned} r_{11} &= vt + c_0 \\ r_{21} &= vt + c_0 - h \sin\theta_1 \\ r_{22} &= r_{12} + h \cos\theta_1 \\ \theta_{22} &= \theta_{2i} + \theta_1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

独立坐标变量和关联坐标变量的速度、加速度的关系为

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_d &= -C_{q_d}^{-1} C_{q_i} \dot{q}_i - C_{q_d}^{-1} C_t \\ \ddot{q}_d &= -C_{q_d}^{-1} C_{q_i} \ddot{q}_i + C_{q_d}^{-1} Q_c \\ Q_c &= -(C_{q_d} \dot{q})_q \dot{q} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$C_{q_d} = \frac{\partial C_1}{\partial q_d} \quad C_{q_i} = \frac{\partial C_1}{\partial q_i} \quad C_t = \frac{\partial C_1}{\partial t}$$

$$C_{1q} = \frac{\partial C_1}{\partial q} \quad (C_{q_i} \dot{q})_q = \frac{\partial C_{1q} \dot{q}}{\partial q}$$

可用独立坐标变量表示轮式悬架移动机械手系统速度和加速度:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_i \\ \dot{q}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -C_{q_d}^{-1} C_{q_i} \end{bmatrix} \dot{q}_i + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -C_{q_d}^{-1} C_t \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\dot{q} = B_{di} \dot{q}_i + \bar{Q}_t$$

$$\ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{q}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -C_{q_d}^{-1} C_{q_i} \end{bmatrix} \ddot{q}_i + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ C_{q_d}^{-1} Q_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\ddot{q} = B_{di} \ddot{q}_i + \bar{Q}_c$$

### 1.2 质量矩阵求解

构件 2 上任意一点在整体坐标系下的位置向量为

$$r_2 = R_2 + A_2 \bar{u}_2 \quad (9)$$

则该点的速度为

$$\dot{r}_2 = \dot{R}_2 + \dot{A}_2 \bar{u}_2 \quad (10)$$

其中  $\dot{A}_2 = A_{2\theta} \dot{\theta}_2$ , 则式(10)可写为

$$\dot{r}_2 = [I \ A_{2\theta} \bar{u}_2 \ \mathbf{0}_{2 \times 1}] \begin{bmatrix} \dot{R}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_{2i} \end{bmatrix} = B \dot{q}_2 \quad (11)$$

则构件 2 的动能为

$$T_2 = \frac{1}{2} \int_{V_2} \rho_2 \dot{r}_2^T \dot{r}_2 dV_2 = \frac{1}{2} \int_{V_2} \rho_2 \dot{q}_2^T B^T B \dot{q}_2 dV_2 = \frac{1}{2} \dot{q}_2^T M_2 \dot{q}_2 \quad (12)$$

式中,  $V_2$ 、 $\rho_2$  分别为单元体积、单元质量密度;  $M_2$  为构件 2 的质量矩阵。

构件 2 的质量矩阵  $M_2$  的表达式为

$$M_2 = \int_{V_2} \rho_2 \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{2\theta} \bar{\mathbf{u}}_2 & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ & \bar{\mathbf{u}}_2^T \bar{\mathbf{u}}_2 & \mathbf{0} \\ \text{对称} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} dV_2 = \begin{bmatrix} m_{2RR} & m_{2R\theta} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ & m_{2\theta\theta} & \mathbf{0} \\ \text{对称} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

### 1.3 系统广义力分析与求解

构件 1 上所作用的外力有  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  和  $G_1$ 。其中  $F_1$  为电机所提供的驱动力,  $F_2$ 、 $F_3$  为弹性悬架作用到移动载体上的后轮支撑力、前轮支撑力,  $G_1$  为移动载体自重。移动载体上  $L$ 、 $M$  点位置矢量的数学描述为

$$\left. \begin{aligned} r_{1L} &= \mathbf{R}_1 + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{u}}_{1L} \\ r_{1M} &= \mathbf{R}_1 + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{u}}_{1M} \end{aligned} \right\}$$

即

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} r_{1LX} \\ r_{1LY} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{12} \end{bmatrix} + \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} -d_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} r_{1MX} \\ r_{1MY} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{12} \end{bmatrix} + \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中,  $r_{1LX}$ 、 $r_{1MX}$  和  $r_{1LY}$ 、 $r_{1MY}$  分别为移动载体上  $L$ 、 $M$  点在移动载体坐标系  $O_1 X_1 Y_1$  下在  $O_1 X_1$  方向和  $O_1 Y_1$  方向的坐标。

则有

$$\left. \begin{aligned} F_2 &= (0, k_1(l_{10} - (r_{1LY} - H_{LY})) - c_1(\dot{r}_{1LY} - \dot{H}_{LY}))^T \\ F_3 &= (0, k_2(l_{20} - (r_{1MY} - H_{MY})) - c_2(\dot{r}_{1MY} - \dot{H}_{MY}))^T \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中,  $l_{i0}$ 、 $k_i$ 、 $c_i$  分别为悬架的弹簧原长、弹簧弹性刚度系数和阻尼器阻尼系数,  $i = 1, 2$ 。

如图 2 所示, 分别对构件 1、构件 2 进行受力分析。其中  $T_{21}$  为构件 2 的关节电机的扭矩,  $F_f$  为移动载体在运动过程中受到的滚动摩擦力,  $G_1$ 、 $G_2$  分别是构件 1、构件 2 所受重力,  $F_p$  为末端执行器受到的外力, 这些都属于外力。  $F_{A1}$ 、 $F_{A2}$  是构件 1 和构件 2 的相互作用力, 属内力。其中

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} F_{1X} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{A1} = \begin{bmatrix} -F_{AX2} \\ -F_{AY2} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{A2} = \begin{bmatrix} F_{AX2} \\ F_{AY2} \end{bmatrix}。$$

针对构件 1 推导其广义力。作用在构件 1 上的外力为重力  $G_1$ 、摩擦力  $F_f$ 、驱动力  $F_1$ 、支撑力  $F_2$ 、 $F_3$ 。在移动载体匀速直线运动的情况下, 所受摩擦力  $F_f = 0$ 。

构件 1 上  $O_1$  点位置矢量为  $r_{1O_1} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{u}}_{1O_1}$ , 变分后得

$$\delta r_{1O_1} = [\mathbf{I}_{2 \times 2} \quad \mathbf{A}_{1\theta} \bar{\mathbf{u}}_{1O_1}] \delta \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

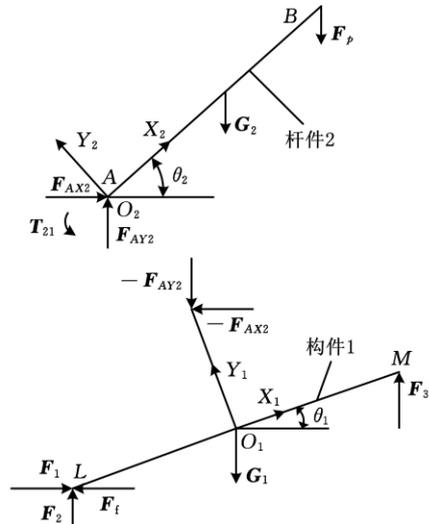


图 2 轮式悬架移动机械手各构件受力分析

则  $O_1$  点的广义力为

$$\mathbf{Q}_{11}^T = [\mathbf{G}_1^T \mathbf{I}_{2 \times 2}^{(1)} \quad 0] \quad (17)$$

同理可得  $L$  点的广义力  $Q_{12}$ ,  $M$  点的广义力为  $Q_{13}$ ,  $A$  点的内力广义力为  $Q_{14}$ 。则构件 1 的外力广义力为

$$\mathbf{Q}_{1e} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} \quad (18)$$

对构件 2 上的广义力进行分析。作用在构件 2 上的有电机转矩  $T_{21}$ 、重力  $G_2$ 、负载力  $F_p$ 。

同理可得  $O_2$  点处电机转矩  $T_{21}$  对应的广义力  $Q_{21}$ , 重力  $G_2$  对应的广义力  $Q_{22}$ ,  $B$  点的负载力广义力  $Q_{23}$ ,  $A$  点的内力广义力  $Q_{23}$ 。则构件 2 的外力广义力为

$$\mathbf{Q}_{2e} = Q_{21} + Q_{22} + Q_{23} \quad (19)$$

### 1.4 轮式悬架移动载体驱动力的求解

由于移动载体以恒速  $v$  通过不规则路面, 即  $\ddot{r}_{11} = 0$ 。满足其加速度为零, 利用牛顿-欧拉法推导轮式悬架移动载体驱动力  $F_1$ 。

针对构件 1 和构件 2, 其牛顿-欧拉方程<sup>[18-19]</sup>为

$$M_i \ddot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{Q}_{irn} \quad i = 1, 2 \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Q}_{1rm} &= \mathbf{Q}_{1e} + \mathbf{Q}_{14} \\ \mathbf{Q}_{2rm} &= \mathbf{Q}_{2e} + \mathbf{Q}_{23} + \mathbf{Q}_{24} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

联立后求解, 则

$$F_{1X} = \frac{1}{2} m_2 L_2 (\dot{\theta}_2)^2 \sin \theta_2 + m_2 \ddot{r}_{21} - \frac{1}{2} m_2 L_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 \quad (22)$$

$$F_{1X} = \frac{1}{2} m_2 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_{2i})^2 \sin(\theta_1 + \theta_{2i}) + m_2 (h(\dot{\theta}_1)^2 \sin \theta_1 - h \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - \frac{1}{2} m_2 L_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_{2i}) \sin(\theta_1 + \theta_{2i})) \quad (23)$$

移动载体的驱动力表达有式 (22) 和式 (23) 两种。式 (22) 是包含关联坐标变量的表达式, 式 (23) 是只包含独立坐标变量的表达式, 两种表达式是等价的。从表达式中可以看出, 移动载体的

驱动力是移动载体的倾角和杆件的转角的函数。而构件的转角和移动载体的倾角受输入扭矩、悬架系统的参数、路面情况和移动载体移动速度等多方面因素的影响。这种影响关系可由动力学方程描述。轮式悬架移动机械手驱动力并不是单纯克服轮子与地面间的静摩擦力,还与系统中机械手各构件角度、路面状况有关。

### 1.5 拉格朗日动力学方程建立

该系统是非完整约束系统,采用拉格朗日乘子法<sup>[19]</sup>建立该轮式悬架移动机械手各构件动力学方程:

$$M\ddot{q} + \dot{M}\dot{q} - \frac{\partial}{\partial q}(\frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q}) + C_q^T \lambda = Q. \quad (24)$$

由于系统中的广义坐标已经分离为独立坐标变量和关联坐标变量,将关联坐标变量用独立坐标变量表示,采用最小未知量法将系统的动力学方程转换成微分方程形式:

$$\begin{aligned} M_i \ddot{q}_i &= Q_i & (25) \\ B_{di}^T C_q^T &= 0 \quad q_n = (q_1^T \quad q_2^T)^T = (M\_C)q \\ M_i &= B_{di}^T (M\_C)^T M (M\_C) B_{di} \\ Q_i &= B_{di}^T (M\_C)^T (Q_e + Q_v) - (M\_C)^T K (M\_C) q - \\ & \quad B_{di}^T (M\_C)^T M (M\_C) \bar{Q}_e \end{aligned}$$

## 2 轮式悬架移动机械手动力学数值仿真

采用最小未知量<sup>[18]</sup>法,对轮式悬架移动机械手系统动力学方程的求解就归结为求解二阶常微

分方程组

$$\ddot{q}_i = f(q_i, \dot{q}_i, t) \quad (26)$$

微分方程组的求解问题分为初值问题和边值问题。该二阶常微分方程组的求解属于初值问题,因此需要求解初值。初值的准确性直接影响到系统方程的求解精度。而初值一般来自于系统的静力学分析。

### 2.1 系统静力学

令  $\dot{q} = 0, \ddot{q} = 0$ , 系统的动力学方程(式(26))就退化为系统静力学方程。在给定路面参数、移动平台的位姿及速度、机械手的位姿、2个弹簧的刚度( $k_1, k_2$ )和2个阻尼器的阻尼系数( $c_1, c_2$ )时,就可以确定2个弹簧的原长、机械手的驱动力矩和移动平台的驱动力。

为了显示弹性阻尼悬架刚度对系统动力学的影响,在其他条件相同的情况下采用4组弹簧刚度、阻尼器系数来进行仿真,其对应的静力学初值如表1所示。为了显示移动平台的速度对系统动力学的影响,在其他条件相同的情况下采用4组不同速度来进行仿真,其对应的静力学初值如表2所示。为了显示路面情况对系统动力学的影响,在其他条件相同的情况下分别采用4组路面波动波长、路面波动幅值来进行仿真,其对应的静力学初值如表3、表4所示。

表1 弹簧刚度及阻尼参数

代号	$k_1$ (N/m)	$c_1$ (N·s/m)	$k_2$ (N/m)	$c_2$ (N·s/m)	$l_{10}$ (m)	$l_{20}$ (m)	$T_{21}$ (N·m)
$kc_1$	1470	147	2158	215	0.244 602 062 8	0.218 719 374 6	9.616 955 926
$kc_2$	2500	250	3500	350	0.211 185 186 4	0.198 178 902 6	9.616 955 926
$kc_3$	3600	360	5500	550	0.196 612 616 5	0.186 148 153 3	9.616 955 926
$kc_4$	4100	410	8900	890	0.192 573 655 9	0.178 105 124 3	9.616 955 926

表2 移动载体运动速度参数

代号	$v$ (m/s)	$l_{10}$ (m)	$l_{20}$ (m)	$T_{21}$ (N·m)
$v_1$	0.5	0.244 602 062 8	0.218 719 374 6	9.616 955 926
$v_2$	0.8	0.254 026 840 8	0.224 184 654 8	9.616 955 926
$v_3$	1.2	0.266 593 211 4	0.231 471 695 0	9.616 955 926
$v_4$	2.5	0.307 433 915 9	0.255 154 575 8	9.616 955 926

表3 路面波动波长参数

代号	$\lambda$ (m)	$l_{10}$ (m)	$l_{20}$ (m)	$T_{21}$ (N·m)
$\lambda_1$	0.2	0.260 310 026 1	0.196 849 401 2	9.616 955 926
$\lambda_2$	0.4	0.244 602 062 8	0.218 719 374 6	9.616 955 926
$\lambda_3$	0.8	0.236 748 081 2	0.223 690 290 3	9.616 955 926
$\lambda_4$	1.2	0.234 130 087 3	0.208 641 355 4	9.616 955 926

表4 路面波动幅值

代号	$H_0$ (m)	$l_{10}$ (m)	$l_{20}$ (m)	$T_{21}$ (N·m)
$H_{01}$	0.01	0.246 748 081 2	0.232 296 562 0	9.616 955 926
$H_{02}$	0.02	0.244 602 062 8	0.218 719 374 6	9.616 955 926
$H_{03}$	0.05	0.238 164 007 7	0.177 987 812 2	9.616 955 926
$H_{04}$	0.1	0.227 433 915 9	0.110 101 874 8	9.616 955 926

### 2.2 系统动力学数值仿真

通常对这样的二阶常微分方程组有两种方法获得其数值解:直接数值积分或者将为两组一阶微分方程后再作数值求解。本文用 Gear 法<sup>[19]</sup>将二阶常微分方程组降为一阶微分方程组后进行数值求解。仿真结果如图3~图14所示。

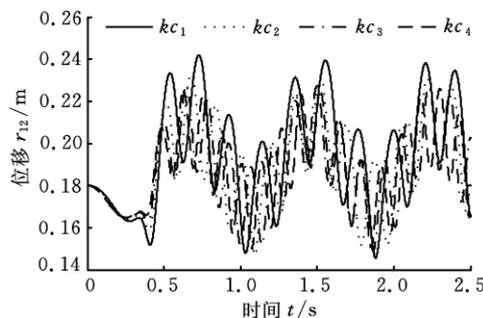


图3  $r_{12}$  数据仿真(不同弹簧刚度及阻尼参数)

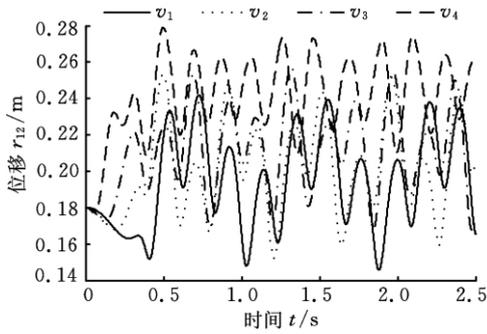


图 4  $r_{12}$  数据仿真(不同移动载体速度)

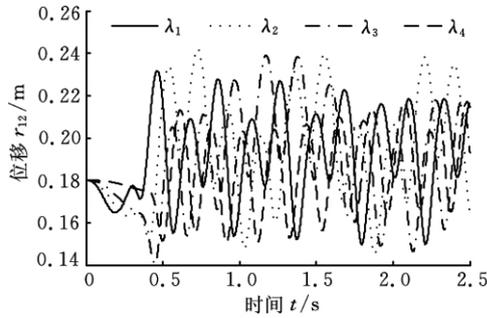


图 5  $r_{12}$  数据仿真(不同路面波动波长)

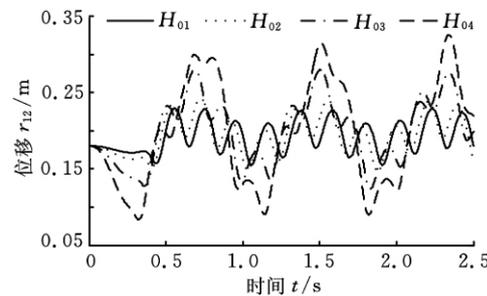


图 6  $r_{12}$  数据仿真(不同路面波动幅值)

由图 3 可以看出,随着弹簧刚度和阻尼系数的增大,移动载体的  $Y_0$  方向的位移变化量在减小,但是移动载体的沿  $Y_0$  方向的波动的中心位置差别不大。由图 4 可以看出,随着移动载体移动速度的增大,移动载体的  $Y_0$  方向的位移变化量差别不大,但是移动载体的沿  $Y_0$  方向的波动的中心位置在增大。由图 5 可以看出,随着路面波动波长的增大,移动载体的  $Y_0$  方向的位移变化量略有减小,但是移动载体的沿  $Y_0$  方向的波动的中心位置差别不大。由图 6 可以看出,随着路面波动幅值的增大,移动载体的  $Y_0$  方向的位移变化量在增大,但是移动载体的沿  $Y_0$  方向的波动的中心位置变化不大。

由图 7 可以看出,随着弹簧刚度和阻尼系数的增大,移动载体的倾角  $\theta_1$  的变化量在减小。由图 8 可以看出,随着移动载体移动速度的增大,移动载体的倾角  $\theta_1$  的变化量差别不大。

由图 9 可以看出,随着路面波动波长的增大,移动载体的倾角  $\theta_1$  的变化量差别不大。由图 10

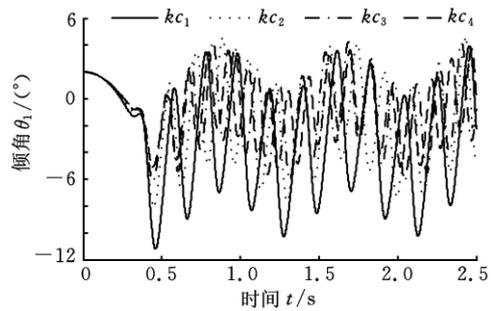


图 7  $\theta_1$  数据仿真(不同弹簧刚度及阻尼参数)

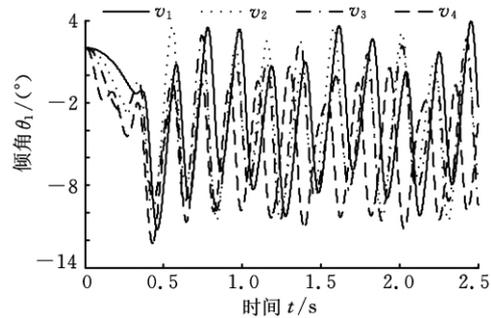


图 8  $\theta_1$  数据仿真(不同移动载体速度)

可以看出,随着路面波动幅值的增大,移动载体的倾角  $\theta_1$  的变化量在增大,而且影响比较明显。

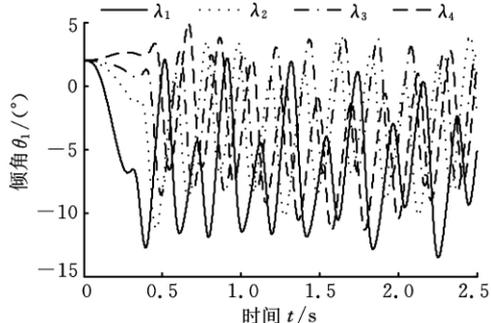


图 9  $\theta_1$  数据仿真(不同路面波动波长)

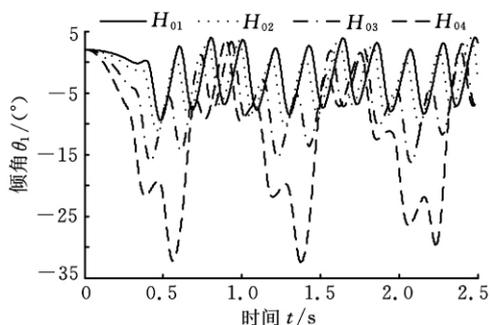


图 10  $\theta_1$  数据仿真(不同路面波动幅值)

弹簧刚度和阻尼系数的增大意味着悬架系统刚度的增大,路面波动波长的增大意味着路面不平度降低,这些都会减小移动载体在  $Y_0$  方向的波动和移动载体的倾角  $\theta_1$  的变化量。路面波动幅值的增大意味着路面不平度增大,这会增大移动载体在  $Y_0$  方向的波动和移动载体的倾角  $\theta_1$  的变化量,而移动载体移动速度的大小对移动载体在  $Y_0$  方向的波动和移动载体的倾角  $\theta_1$  的变化量的

影响不大。

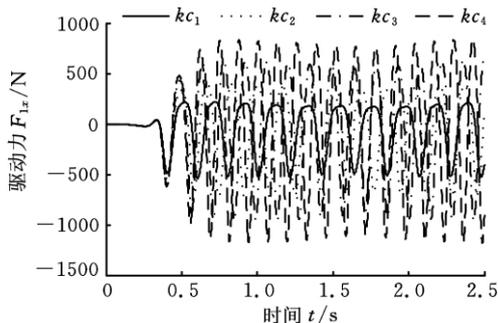


图 11  $F_{1X}$  数据仿真(不同弹簧刚度及阻尼参数)

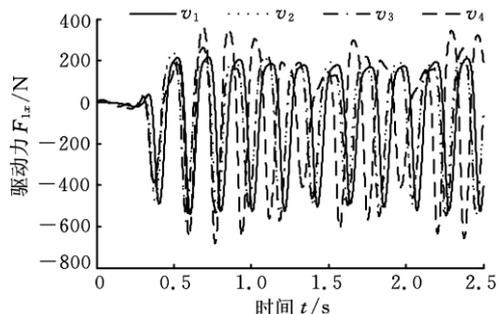


图 12  $F_{1X}$  数据仿真(不同移动载体速度)

由图 11 可以看出,随着弹簧刚度和阻尼系数的增大,移动载体的驱动力  $F_{1X}$  的变化范围增大。由图 12 可以看出,随着移动载体移动速度的增大,移动载体的驱动力  $F_{1X}$  的变化范围略有增大,但变化量并不大。由图 13 可以看出,随着路面波动波长的增大,移动载体的驱动力  $F_{1X}$  的变化范围略有减小。由图 14 可以看出,随着路面波动幅值的增大,移动载体的驱动力  $F_{1X}$  的变化范围略有增大。

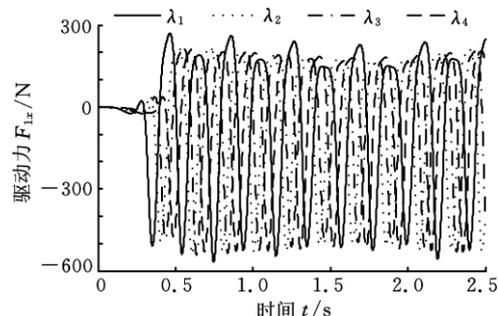


图 13  $F_{1X}$  数据仿真(不同路面波动波长)

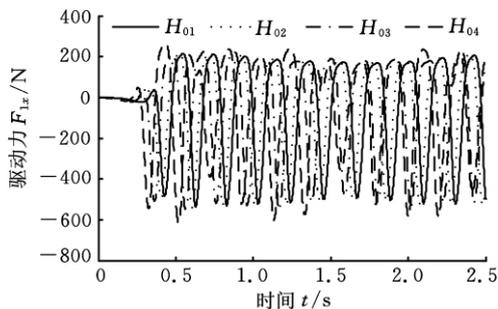


图 14  $F_{1X}$  数据仿真(不同路面波动幅值)

路面波动波长的减小和路面波动幅值的增大都意味着路面不平度增大,这时用于维持移动载体保持匀速运动的驱动力  $F_{1X}$  就会增大,移动载体移动速度的大小对移动载体驱动力  $F_{1X}$  的影响不大。式(23)表明,移动载体的驱动力是移动载体的倾角和杆件的转角的函数。而杆件的转角和移动载体的倾角受输入扭矩、悬架系统的参数、路面情况和移动载体移动速度等多方面因素的影响。所以弹簧刚度和阻尼系数的增大并不是直接对驱动力  $F_{1X}$  产生影响的,而是通过移动载体的倾角和杆件的转角来影响驱动力  $F_{1X}$  的。

由以上分析可知:在平整路面可使移动载体以小能耗达到平稳运动,但在实际应用中,路面不平度情况是未知的,因此在实际中要减小移动载体在  $Y_0$  方向的波动和倾角  $\theta_1$  的变化量以及减小移动载体的驱动力,选择合适的悬架系统也可达到相似效果,而悬架系统的选择就是以本文的研究为基础的。

### 3 结束语

本文以轮式悬架移动机械手为研究对象,提取了系统独立坐标变量和关联坐标变量,并以此为基础作系统动力学分析,有效减少了方程的数目。在分析轮式悬架移动机械手的质量矩阵和系统广义力的基础上,建立了包含机械手各构件坐标变量的轮式悬架移动载体的驱动力模型。综合考虑移动载体的线弹性—阻尼悬架和不平路面等工况,建立了基于拉格朗日方程的轮式悬架移动机械手动力学模型。通过系统静力学求解获得了系统动力学数值求解的初值。通过对比不同载体移动速度、不同线弹性阻尼悬架和不同路面的动力学模型数值仿真结果,分析悬架系统和路面情况对整个系统在垂直方向的波动、移动载体倾角以及对载体驱动力的影响及产生原因,验证了考虑悬架和路面情况因素的必要性;同时选择合适的悬架系统可使移动载体运动更加平稳。

#### 参考文献:

[1] 谭湘敏,赵冬斌,易建强,等.全方位移动机械手运动控制 I—建模与控制[J].机械工程学报,2009,45(1):35-41.  
Tan Xiangmin, Zhao Dongbin, Yi Jianqiang, et al. Motion Control of Omnidirectional Mobile Manipulators(Part I)—Modeling and Control[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(1): 35-41.

[2] 王红旗,王泰华.基于旋量理论的移动机械手动力学建模[J].兵工学报,2010,31(6):849-854.  
Wang Hongqi, Wang Taihua. Dynamic Modeling of Mobile Manipulator Based on Screw Theory[J].

- Acta Arm Amentar II, 2010, 31(6): 849-854.
- [3] 杨玉维, 张明路, 崔峰. 四自由度轮式悬架移动机械手动力学研究与仿真[J]. 机械设计, 2009, 26(4): 35-41.  
Yang Yuwei, Zhang Minglu, Cui Feng. Dynamics Study and Simulation on 4DOF Wheel Typed Suspension Mobile Manipulator[J]. Journal of Machine Design, 2009, 26(4): 35-41.
- [4] 郭大猛, 刘杰, 刘阔, 等. 混凝土泵车柔性臂架建模及逆动力学研究[J]. 中国工程机械学报, 2009, 7(3): 13-19.  
Guo Dameng, Liu Jie, Liu Kuo, et al. Modeling and Reverse-dynamical Study on Flexible Arm-frames of Concrete Pump Trucks[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2009, 7(3): 13-19.
- [5] 杨玉维, 赵新华, 王收军, 等. 基于有限元法的移动2杆柔体机械手动力学仿真[J]. 中国机械工程, 2011, 22(11): 1352-1356, 1357.  
Yang Yuwei, Zhao Xinhua, Wang Shoujun, et al. Simulation of Dynamics of a Mobile 2-link Flexible Manipulator Based on Finite Element Method[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(11): 1352-1356, 1357.
- [6] 杨玉维, 张明路, 赵新华. 七自由度柔性轮式移动机械手动力学研究与仿真[J]. 中国机械工程, 2009, 20(6): 662-668.  
Yang Yuwei, Zhang Minglu, Zhao Xinhua. Study and Simulation of Dynamics of a 7-DOF Flexible Wheeled Mobile Manipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(6): 662-668.
- [7] 梅红. 移动机械手的逆运动学及滑模变结构轨迹跟踪控制研究[D]. 济南: 山东大学, 2009.
- [8] 王艳敏, 冯勇. 模型参数不确定双臂柔性机械手的轨迹跟踪控制[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(10): 6534-6538.  
Wang Yanmin, Feng Yong. Trajectory Tracking Control of Uncertain Two-link Flexible Manipulators[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(10): 6534-6538.
- [9] 张宇, 杨唐文, 孙增折. 基于神经滑模的柔性连杆机械手末端位置控制[J]. 机器人, 2008, 30(9): 404-410.  
Zhang Yu, Yang Tangwen, Sun Zengqi. Neuro-Sliding Mode Endpoint Control of Flexible-link Manipulators[J]. Robot, 2008, 30(9): 404-410.
- [10] 王红旗, 张伟. 非完整移动机械手鲁棒自适应模糊控制[J]. 控制工程, 2011, 18(1): 58-61, 160.  
Wang Hongqi, Zhang Wei. Robust and Adaptive Fuzzy Control of Nonholonomic Mobile Manipulator[J]. Control Engineering of China, 2011, 18(1): 58-61, 160.
- [11] 徐冬, 赵冬斌, 易建强, 等. 全方位移动机械手运动控制 II — 鲁棒控制[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1): 42-49.  
Xu Dong, Zhao Dongbin, Yi Jianqiang, Tan Xiangmin. Motion Control of Omnidirectional Mobile Manipulators (Part II) — Robust Control[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(1): 42-49.
- [12] 陈志旺, 薛佳伟. 基于不确定逼近的机械手自适应鲁棒预测控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(5): 635-641.  
Chen Zhiwang, Xue Jiawei. Adaptive Robust Predictive Control for Robotic Manipulator Based on Uncertain Parameter Approximation[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(5): 635-641.
- [13] 张袅娜, 冯勇, 王冬梅, 于兰. 柔性机械手的鲁棒控制器设计[J]. 控制与决策, 2006, 21(7): 750-754.  
Zhang Niaoona, Feng Yong, Wang Dongmei, Yu Lan. Design of Robust Controller of Flexible Manipulators[J]. Control and Decision, 2006, 21(7): 750-754.
- [14] Alam M S, Tokhi M O. Hybrid Fuzzy Logic Control with Genetic Optimisation for a Single-link Flexible Manipulator[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2008, 21(6): 858-873.
- [15] Subudhi B, Morris A S. Soft Computing Methods Applied to the Control of a Flexible Robot Manipulator[J]. Applied Soft Computing, 2009, 9(1): 149-158.
- [16] Md Zain M Z, Tokhi M O, Mohamed Z. Hybrid learning Control Schemes with Input Shaping of a Flexible Manipulator System[J]. Mechatronics, 2006, 16(3/4): 209-219.
- [17] Tavasoli A, Eghtesad M, Jafarian H. Two-time Scale Control and Observer Design for Trajectory Tracking of Two Cooperating Robot Manipulators Moving a Flexible Beam[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57(2): 212-221.
- [18] 陆佑方. 柔性多体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1996.
- [19] Bian Yushu, Gao Zhihui, Yun Chao. Vibration Reduction of Open-chain Flexible Manipulators by Optimizing Independent Motions of Branch Links[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(1): 79-85. (编辑 郭伟)

作者简介: 李蕊, 女, 1984年生。河北工业大学机械工程学院博士研究生。研究方向为机器人动力学。发表论文6篇。张明路, 男, 1964年生。河北工业大学机械工程学院教授、博士研究生导师。孙凌宇, 男, 1978年生。河北工业大学机械工程学院讲师。张建华, 男, 1979年生。河北工业大学机械工程学院讲师。张小俊, 男, 1980年生。河北工业大学机械工程学院副教授。