

基于 GPS 的高精度跨河水准测量技术研究与实践

姜晨光¹ 董勤景² 路奎³ 江世朝³ 张胜忠³ 王霞³ 戢朝辉³

(1. 江南大学环境与土木工程学院 江苏·无锡 214122

2. 中国中铁置业集团上海中铁市北投资发展有限公司 上海市 200436 3. 山东省国土测绘院 济南市 250013)

提 要 近几年我国跨江、跨河特大桥梁、特长隧道建设工程非常活跃,这些特大桥梁、特长隧道均要求提供高精度的测绘技术保障,因此,跨河水准测量技术得以被大量应用。由于各种复杂环境因素的影响,跨河水准测量精度的提高始终步履维艰,为此,很多人在该领域孜孜以求,虽然人们一直在不断地推出各种各样的解决办法,但至今仍无法得到非常理想的效果。鉴于上述原因,以大量工程实践为基础,文章提出了基于 GPS 的高精度跨河水准测量方法,基于 GPS 的高精度跨河水准测量方法的核心是借助 GPS 高程异常的梯度变化规律获取正常高。文章介绍了基于 GPS 的高精度跨河水准测量过程、数据处理方法及实际应用效果。

关键词 测绘科学 工程测量 高程测量 跨河水准 GPS 高程异常 梯度变化 大地高 正常高

Study and Practice on High Precision Leveling Across the River Based on GPS Technology

Jiang Chenguang¹ Dong Qinjing² Lu Kui³ Jiang Shizhao³

Zhang Shengzhong³ Wang Xia³ Ji Zhaohui³

(1. College of Environmental and Civil Engineering, Jiangnan University 2. China Railway Investment Development Co., Ltd. of Northern Shanghai City, The Real Estate Group Corporation of China Railway 3. Territorial Surveying Institute of Shandong Province)

Abstract Construction projects of extraordinarily large bridges or long tunnels across the river is very active on recent years in China. These very large bridges or long tunnels are required technical support of high precision of surveying and mapping technology, so the technology of leveling across the river can be extensively applied. Because of all sorts of complex environmental factors influencing, the improved measurement accuracy of leveling across the river are always difficult. For this reason, many people in this field are devoting. Although the people have been continually provide various kinds of solution, it still doesn't get very ideal effect. For this reason, based on a lot of engineering practice, the high precision leveling across the river method based on GPS technology was put forward. The core of the method is to obtain normal height by gradient change rule of GPS height anomaly. Surveying process, data processing method and application effect of high precision leveling across the river based on GPS technology has been introduced.

Keywords science of surveying and mapping; engineering survey; height survey; leveling across the river; GPS (global positioning system); height anomaly; gradient change; geodetic height; normal height (leveling height)

1 前言

GPS 定位技术具有全球性、全天候、连续、精确、

实时的特点,以及导航、定位、授时功能,能在全球任何地点、任何时间为用户提供静止和动态的地理位置以及时间信息,同时其又具有抗干扰强、高效、廉价、小巧、方便等一系列显著优点,从而为经济建设、社会发展和科技进步以及交通活动(海陆空)、各种运输管理、各种资源调查(比如土地、农林、地矿

作者简介:姜晨光(1964-),男,教授,主要从事工程测量领域的相关研究与教学工作。

收稿日期:2012-04-19

等)、各种测地技术、各种空间监测(比如环境监测、灾害监测等)带来了极大方便。因此,世界各行各业几乎都在引进与应用GPS技术。美国政府的GPS政策是一方面鼓励广泛民用(表示永不收费、全球开放并在2000年取消了限制精度的SA政策。接着,又在2006年新一代卫星中加载了第二民用频率,从而进一步提高了民用单机实时定位的精度),另一方面又继续宣布仍将实行防电子欺骗的AS政策(使民间用户不能获得米级精度的实时单机定位)。由于GPS取消SA和加入第二民用频率后民间用户单机实时定位精度仍然只能达到15m~20m左右水平,因此,GPS系统仍不能满足大多数导航用户0.5m~10.0m的要求(更不能满足测绘用户毫米级至分米级的定位精度要求),故GPS技术应用中差分导航和精密相位差分定位技术仍是测地型GPS的主流技术^[1~4]。

近几年我国跨江、跨河特大桥梁、特长隧道建设工程非常活跃,这些特大桥梁、特长隧道均要求提供高精度的测绘技术保障,因此,跨河水准测量技术得以被大量应用。由于各种复杂环境因素的影响,跨河水准测量精度的提高始终步履维艰,为此,很多人在该领域孜孜以求,虽然人们一直在不断地推出各种各样的解决办法^[5~7],但至今仍无法得到非常理想的效果。鉴于上述原因,笔者及科研组以大量工程实践为基础提出了基于GPS的高精度跨河水准测量方法,基于GPS的高精度跨河水准测量方法的核心是借助GPS高程异常的梯度变化规律获取正常高。下面对基于GPS的高精度跨河水准测量过程、数据处理方法及实际应用效果做一介绍。

2 基于GPS的高精度跨河水准测量过程

为了便于说明问题,我们以南京长江四桥高精度跨河水准测量为例阐述一下基于GPS的高精度跨河水准测量过程,见图1。图1中共布置了8个GPS观测墩(即G1、G2、G3、G4、G5、G6、G7、G8。G1-G3-G5-G7近直线布置,G2-G4-G6-G8也近直线布置)观测墩的构造见图2、图3,临河点4点G3、G4、G5、G6到河流水面的最近距离大于1km(这一点非常重要)。GPS的高精度跨河水准测量时采用6机同步环观测,测量中应精确丈量GPS天线高(误差应小于1mm)。

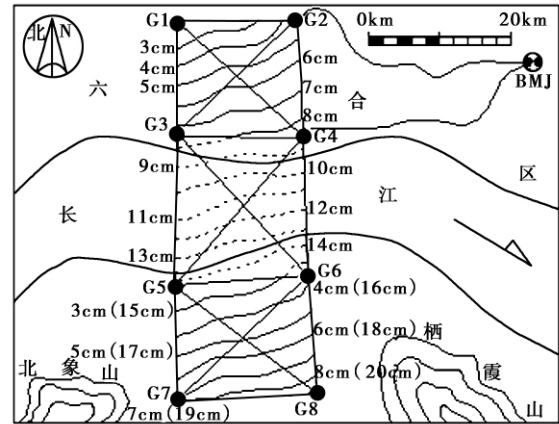


图1 南京长江四桥高精度跨河水准测量现场布置

2.1 GPS高精度跨河水准测量的基本要求

基于GPS的高精度跨河水准测量应与GPS平面控制测量同步一体化,应建立独立的GPS三维基准体系(见图1,共有G1~G6六个土基GPS强制归心基准墩构成)。GPS三维基准体系应建立与地方坐标系的转换关系,GPS三维基准体系应专用于跨河土木工程结构的勘察、规划、设计、施工、运营等工作。GPS三维基准体系的各个GPS强制归心基准墩(即G1、G2、G3、G4、G5、G6、G7、G8)间的相邻最大距离不宜超过20km、空间距离测量精度应不低于 $2\text{mm} \pm 1\text{mm}/\text{km}$ 、最弱边相对中误差应不低于 $1/150000$ 。独立的GPS三维基准体系中的主基点(图1中的G1)必须为国家A(或B)级GPS点(若不是则应与至少4个国家A、B级GPS网点进行联测以获得其2000国家大地坐标系坐标。坐标联测时连续观测数据应不少于24h并应连续观测3个时段且每时段8h、采样间隔30s、截止高度角 10°)。若要求独立的GPS三维基准体系兼做其它用途时应建立独立GPS三维基准体系与其它坐标系统的转换关系(比如要求其同时具有1954北京坐标系或1980西安坐标系坐标时应建立相应的坐标转换关系。坐标转换时应考虑各坐标系的地球椭球特征及参考椭球基本几何参数。若要求其同时具有城市坐标系坐标时还应进行投影变换且应具备相关的技术参数,这些技术参数包括参考椭球几何参数、中央子午线经度值、纵横坐标加常数、投影面正常高、区域平均高程异常、起算点坐标及起算方位角等。独立GPS三维基准体系的大地坐标系变换成城市地方坐标系时应满足投影长度变形值不大于 $2.5\text{cm}/\text{km}$ 的规定(可根据城市地理位置和平均高程按下列方法选定坐标系,即当长度变形值不大于 $2.5\text{cm}/\text{km}$ 时应采用高斯正形投影统一 3° 带的平面直

角坐标系;当长度变形值大于 $2.5\text{cm}/\text{km}$ 时可采用2种方法,一种是投影于抵偿高程面上的高斯正形投影 3° 带的平面直角坐标系,另一种是高斯正形投影任意带的平面直角坐标系且其投影面可采用黄海平均海面或城市平均高程面)。独立GPS三维基准体系测量的高程值转换成正常高时,高程系统应采用1985国家高程基准或沿用1956年黄海高程系统、城市原高程系统(1985国家高程基准青岛原点高程为 72.260m ,1956年黄海高程系统青岛原点高程为 72.289m)。独立GPS三维基准体系测量的时间宜采用协调世界时UTC记录(当采用北京标准时BST时应与UTC进行换算。BST时与UTC时两者的关系可用 $\text{BST} = \text{UTC} + 8\text{h}$ 换算)。

强制归心基准墩的设置应满足以下各个条件,即:基准墩应选在基础坚实稳定、易于长期保存且有利于安全作业的地方;基准墩周围应便于安置GPS接收设备以及其它测量仪器并应方便作业且视野应开阔;基准墩与周围大功率无线电发射源(如电视台、电台、微波站、通讯基站、变电所等)的距离应大于 200m (与高压输电线、微波通道的距离应大于 100m);基准墩附近不应有强烈干扰接收卫星信号的物体(比如大型建筑物、玻璃幕墙及大面积水域等);基准墩视场内高度角大于 10° 的障碍物遮挡角累积不应超过 30° ;基准墩应避免地质构造不稳定区域(比如断层破碎带;采矿区、油气开采区、地下水漏斗沉降区等易于发生滑坡、沉陷等局部变形的地点;地下水位变化较大的地点等);基准墩选定后应用场强仪进行实地场强测试(在L1、L2中心频点上的噪声场强宜分别低于 $-180\text{db}/\text{mv}$ 和 $-160\text{db}/\text{mv}$ 。并应连续进行24h的条件测试和数据分析,其中数据有效率应高于 90% ,多路径影响 $\text{MP1} < 0.35$ 、 $\text{MP2} < 0.4$);岩基基准墩内部钢筋与基岩应紧密浇注(浇注深度应不少于 0.6m);土基基准墩应建在坚实的土层上(钢筋混凝土墩体应埋于最大冻土线 2m 以下,深埋点则应根据实际地质情况另行设计);基准墩应安装强制对中装置并严格整平(强制对中装置的对中误差应小于 1mm);基准墩与地面接合四周应做不少于 10cm 宽的隔振缝(缝内填粗沙以避免各种振动对标墩稳定的影响);基岩上埋设的基准墩至少需经一个月的稳定期(土层内埋设的基准墩,一般地区至少应经过一个雨季,冻土地区还应经过一个冻解期)后方可进行观测;基准墩应埋设水准标志并进行二等及以上水准联测(水准标志与基准墩强制对中标志间高差测定误差应不大

于 1mm)。

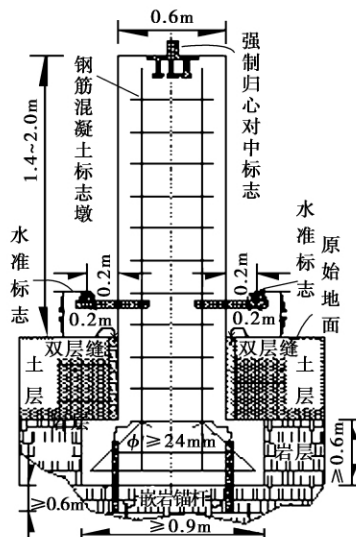


图2 岩基基准墩基本构造

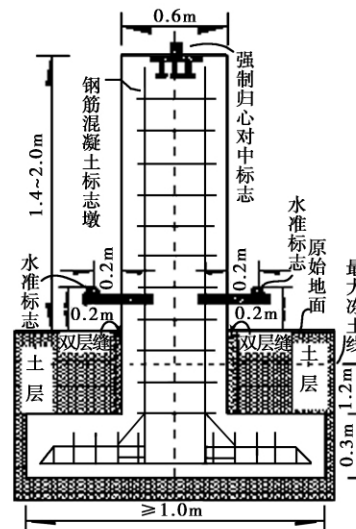


图3 土基基准墩基本构造

独立GPS三维基准体系各个GPS强制归心基准墩的三维坐标测量应采用多机同步闭合环形式进行,测量中采用的GPS接收天线应能在温度 $-40^\circ\text{C} \sim +60^\circ\text{C}$ 、相对湿度 $\leq 100\%$ 的环境中全天候正常工作且应性能良好(GPS天线应配备有扼流圈或抑径板并应能有效消除多路径误差;天线的相位中心应稳定且其变化量应不超过 1mm),测量中采用接收机应为双频接收机并应具有并行24个以上的通道且至少能同时接收12个GPS卫星信号(GPS原始观测数据的采样间隔可在 $1 \sim 60\text{s}$ 内设置;GPS接收机应能实时输出原始观测数据、伪距和载波相位差分数据;GPS接收机还应具有 1s 采样间隔、24h连续观测数据的存储能力;接收机应具备2个以上的RS-232标准接口;接收机应具备支持TCP/IP的

LAN 接口),各个 GPS 强制归心基准墩多机同步闭合三维坐标测量时的连续观测数据应不少于 24h 并应连续观测 3 个时段且每时段 8h、采样间隔 30s、截止高度角 10° ,多机同步闭合基线处理时应利用精密星历并采用精密计算软件进行(坐标框架与历元的选取应与所联测的基准一致,基线解算应以同步时段为单位进行且应进行卫星与接收机钟差的模型改正、电离层折射改正、对流层折射改正、卫星和接收机天线相位中心改正、潮汐改正、相对论效应改正、地球自转改正,应进行重复基线、同步环闭合差的检核)以确定地心坐标系与参心坐标系间的坐标转换参数。

2.2 GPS 高精度跨河水准测量的基本原理及作业过程

见图 1,根据本文 2.1 中的要求,通过 6 机同步环观测并经严密平差后可获得 6 个 GPS 观测墩的独立平面直角坐标 (X_i, Y_i) 及 GPS 大地高 h_i' 。然后根据 6 个 GPS 观测墩的天线高获得 6 个 GPS 观测墩墩底部水准标志点的 GPS 大地高 h_i 。

6 机同步环 GPS 观测结束后立即在图 1 的长江北岸进行北岸 4 个 GPS 观测墩与国家水准点 (BMJ) 的二等水准联测工作,二等水准联测时采用闭合水准路线(即组成 BMJ→G2→G1→G3→G4→BMJ 的闭合路线),进过严密平差后获得长江北岸 4 个 GPS 观测墩(即 G1、G2、G3、G4)墩底部水准标志点的正常高 H_i 。

6 机同步环 GPS 观测结束后还应立即在图 1 的长江南岸进行南岸 4 个 GPS 观测墩的二等水准高差测量工作(组成 G5→G6→G8→G7→G5 闭合路线进行闭合水准测量),测量时假定 GPS 观测墩 G5 墩底部水准标志点的正常高 H 等于其 GPS 大地高 h ,经过严密平差后获得长江南岸 4 个 GPS 观测墩(即 G5、G6、G7、G8)墩底部水准标志点的假定正常高 H_j 。

根据长江北岸 4 个 GPS 观测墩底部水准标志点的正常高 H_i 及 GPS 大地高 h_i 可计算出北岸 4 个点的 GPS 高程异常 ξ_i ($\xi_i = h_i - H_i$),继而可以在 G1 - G3 - G4 - G2 - G1 闭合图形中内插绘制高程异常等值线(图 1 中, G1 - G3 - G4 - G2 - G1 闭合图形中高程异常等值线的绘制是以 G1(或 G2)高程异常为零绘制而成的)。同理,根据长江南岸 4 个 GPS 观测墩底部水准标志点的假定正常高 H_j 及 GPS 大地高 h_j 可计算出南岸 4 个点的假 GPS 高程异常 ξ_j ($\xi_j = h_j - H_j$),继而也可以在 G5 - G7 - G8 - G6 -

G5 闭合图形中内插绘制假高程异常等值线(图 1 中, G5 - G7 - G8 - G6 - G5 闭合图形中高程异常等值线的绘制是以 G1(或 G2)高程异常为零绘制而成的)。

2.2.1 G3 - G5 段 GPS 高程异常梯度推算及 G5 推演正常高的确定

见图 1, G1 - G3 - G5 - G7 近直线布置。在长江北岸根据 GPS 测量及二等水准测量可获得 G1 的高程异常 ξ_1 、G3 的高程异常 ξ_3 、G1 - G3 水平距离 D_{13} ,则 G1 - G3 的单位长高程异常增量(即高程异常梯度) K_{13} 为

$$K_{13} = \Delta\xi_{31}/D_{13} = (\xi_3 - \xi_1)/D_{13} \quad (1)$$

在长江南岸根据 GPS 测量及二等水准测量可获得 G5 的假高程异常 ξ_5' 、G7 的假高程异常 ξ_7' 、G5 - G7 水平距离 D_{57} ,则 G5 - G7 的单位长高程异常增量(即高程异常梯度) K_{57} 为

$$K_{57} = \Delta\xi_{57}/D_{57} = (\xi_7' - \xi_5')/D_{57} \quad (2)$$

根据式(1)、(2)即可推演得到 G3 - G5 的单位长高程异常增量(即高程异常梯度) K_{35}

$$K_{35} = (K_{13} + K_{57})/2 \quad (3)$$

根据式(1)、(2)可知

$$K_{35} = \Delta\xi_{35}/D_{35} \quad (4)$$

故,可得 G5 的真高程异常 ξ_5 为

$$\xi_5 = \xi_3 + \Delta\xi_{35} = \xi_3 + K_{35}D_{35} \quad (5)$$

则, G5 的推演正常高 H_5' 为

$$H_5' = h_5 - \xi_5 \quad (6)$$

2.2.2 G4 - G6 段 GPS 高程异常梯度推算及 G6 推演正常高的确定

仍见图 1, G2 - G4 - G6 - G8 也为近直线布置形式。在长江北岸根据 GPS 测量及二等水准测量可获得 G2 高程异常 ξ_2 、G4 高程异常 ξ_4 、G2 - G4 水平距离 D_{24} ,则 G2 - G4 的单位长高程异常增量(即高程异常梯度) K_{24} 为

$$K_{24} = \Delta\xi_{42}/D_{24} = (\xi_4 - \xi_2)/D_{24} \quad (7)$$

在长江南岸根据 GPS 测量及二等水准测量可获得 G6 假高程异常 ξ_6' 、G8 假高程异常 ξ_8' 、G6 - G8 水平距离 D_{68} ,则 G6 - G8 的单位长高程异常增量(即高程异常梯度) K_{68} 为

$$K_{68} = \Delta\xi_{68}/D_{68} = (\xi_8' - \xi_6')/D_{68} \quad (8)$$

根据式(7)、(8)同样可以推演得到 G4 - G6 的单位长高程异常增量(即高程异常梯度) K_{46} 为

$$K_{46} = (K_{24} + K_{68})/2 \quad (9)$$

根据式(7)、(8)可知

$$K_{46} = \Delta\xi_{46}/D_{46} \quad (10)$$

故,可得 G6 的真高程异常 ξ_6 为

$$\xi_6 = \xi_4 + \Delta\xi_{46} = \xi_4 + K_{46}D_{46} \quad (11)$$

则, G6 的推演正常高 H_6' 为

$$H_6' = h_6 - \xi_6 \quad (12)$$

2.2.3 G5、G6 最或然正常高的确定

根据式(6)、(12)的计算结果可获得 G5、G6 的推演正常高高差 h_{56}'

$$h_{56}' = H_6' - H_5' \quad (13)$$

根据推演正常高高差 h_{56}' 与长江南岸二等水准测量平差后的最或然正常高高差 h_{56} 的差值 Δh 可以大概推断 G5、G6 推演正常高的精度。

$$\Delta h = h_{56}' - h_{56}$$

即

$$\Delta h = H_6' - H_5' - h_{56} \quad (14)$$

根据 Δh 对 G5、G6 的推演正常高进行改正即可获得 G5、G6 的最或然正常高,假设 G5、G6 的改正数为 V_5 、 V_6 ,则改正后的 G5、G6 的最或然正常高 H_6 、 H_5 应满足

$$0 = H_6 - H_5 - h_{56} \quad (15)$$

即

$$0 = (H_6' + V_6) - (H_5' + V_5) - h_{56} \quad (16)$$

亦即

$$V_5 - V_6 = H_6' - H_5' - h_{56} \quad (17)$$

根据式(14)、(17)不难看出

$$V_5 - V_6 = \Delta h \quad (18)$$

不难理解。对式(18)进行处理的最佳办法是令 G5、G6 的改正数 V_5 、 V_6 大小相等、符号相反,即令

$$V_5 = -V_6 \quad (19)$$

故根据式(18),有

$$V_5 = -V_6 = \Delta h/2 \quad (20)$$

则,改正后的 G5、G6 的最或然正常高 H_6 、 H_5 分别为

$$H_6 = H_6' + V_6 = H_6' - \Delta h/2 \quad (21)$$

$$H_5 = H_5' + V_5 = H_5' + \Delta h/2 \quad (22)$$

长江南岸最或然正常高 H_6 、 H_5 获得后跨河水准测量工作即告完成。

当然,还应进行后续工作(即根据 H_6 、 H_5 最或然正常高以及长江南岸二等水准测量平差后的最或然正常高高差可获得 H_7 、 H_8 的最或然正常高)。另外,根据长江南岸 4 个 GPS 观测墩(G5、G6、G7、G8)底部水准标志点的最或然正常高 H_i 及 GPS 大地高 h_i 可计算出南岸 4 个点的 GPS 高程异常 ξ_i ($\xi_i = h_i - H_i$) 继而在 G5 - G7 - G8 - G6 - G5 闭合图形中重新内插绘制真高程异常等值线(见图 1)(也还可根据长江两岸 8 个 GPS 观测墩(G1、G2、G3、G4、G5、G6、G7、G8)底部水准标志点的真高程异常 ξ_i 插绘出整个跨河水准测量体系的整体高程异常等值线图(见图 1))。

3 基于 GPS 的高精度跨河水准测量实施效果

为了验证本文提出的基于 GPS 的高精度跨河水准测量的实际效果,笔者及科研组还利用南京长江四桥长江南岸的一个国家 2 等水准点按二等水准测量的技术要求实测了图 1 中长江南岸 4 个 GPS 观测墩(G5、G6、G7、G8)底部水准标志点的正常高 H_i'' ,式(21)、(22)计算的正常高 H_i 与 H_i'' 的差值为 $\delta_i = 2.7\text{mm}$ (完全达到了二等水准测量的基本要求)。另外,笔者及科研组还利用曲线拟合法、曲面拟合法、遗传神经网络模型算法对南京长江四桥 GPS 的高精度跨河水准测量数据进行处理,相关情况见表 1(表 1 中将基于 GPS 的高精度跨河水准测量方法简称新法)。为了便于说明问题对采用的曲线拟合法、曲面拟合法、遗传神经网络模型算法进行一个概要性的介绍。

表 1 基于 GPS 的高精度跨河水准测量的实际效果

mm

推演方法	新法	多项式曲线	三次样条曲线	Akima 曲线	平面拟合	多项式曲面拟合	多面函数拟合	遗传神经网络模型
δ_5	2.7	-4.7	-3.1	3.2	4.5	4.0	3.2	2.9
δ_6	2.7	3.0	4.3	-2.6	-2.0	2.8	3.3	3.1

3.1 GPS 高程异常曲线拟合法

采用的 GPS 高程异常曲线拟合法包括多项式曲线拟合法、三次样条曲线拟合法和阿克玛(Akima)拟合法。

3.1.1 多项式曲线拟合法

多项式曲线拟合法的基本公式为

$$\xi(x_i) = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 + \dots + a_nx_i^n + \dots \quad (23)$$

式(23)中,

$$\xi(x_i) = H_i - h_i \quad (24)$$

式(23)、(24)中 $\xi(x_i)$ 为拟合点的高程异常; x_i 为拟合点在测线上的长度值; H_i 为拟合点的 GPS 测量高程; h_i 为拟合点的实测高程; a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 \dots 、 a_n 、 \dots 为各阶拟合系数。可令 V_i 为拟合点的残差,则按最小二乘原理使 $\xi(x_i)$ 的平方和最小即可求出式(23)中的 a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 \dots 、 a_n 、 \dots 等各系数,然后即可按式(23)及测线的长度值求出测线方向上任一

点的高程异常值 ξ 。多项式曲线拟合法适用于拟合曲线不长且高程异常平缓的情况。

3.1.2 三次样条曲线拟合法

三次样条曲线拟合法的基本原理是假设测线的 n 个已知点的 ξ_i 和 x_i (拟合坐标) 在区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 存在以下的三次样条函数关系 ($i=0, 1, 2, \dots, n-1$) 即

$$\xi(x) = \xi(x_i) + (x-x_i)\xi'(x_i) + \frac{(x-x_i)^2}{2}\xi''(x_i) + \frac{(x-x_i)^3}{6}\xi'''(x_i) \quad (25)$$

$$\xi(x_i, x_{i+1}) = [\xi(i+1) - \xi(i)] / (x_{i+1} - x_i) \quad (26)$$

$$\xi(x, x_i, x_{i+1}) = [\xi(x_i)'' + \xi(x)'' + \xi(x_{i+1})''] / 6 \quad (27)$$

而 $\xi(x_i)''$ 又满足系数矩阵为对称三角阵的线性方程组 ($i=1, 2, \dots, n-1$) 即

$$(x_i - x_{i-1})\xi(x_{i-1})'' + 2(x_{i+1} - x_{i-1})\xi(x_i)'' + (x_{i+1} - x_i)\xi(x_{i+1})'' = 6[\xi(x_i, x_{i+1}) - \xi(x_{i-1}, x_i)] \times \xi(x_0)'' = \xi(x_n)'' = 0 \quad (28)$$

故,可求出 $\xi(x_i)''$ 和 $\xi(x_{i+1})''$ 而

$$\xi(x)'' = \xi(x_i)'' + (x_i - x_{i-1})\xi'(x_i, x_{i+1})'' \quad (29)$$

式(25)~(29)中 $\xi(x)$ 为拟合点的高程异常; x 为待求点坐标; x_i, x_{i+1} 为待求点两端已知点的坐标; $\xi(x_i, x_{i+1})$ 为一阶差商; $\xi(x, x_i, x_{i+1})$ 为二阶差商。三次样条曲线拟合法拟合适用于测线过长、已知点较多的情况。

3.1.3 Akima 曲线拟合

采用 Akima 法进行曲线拟合需在两个已知点间内插时用另外两点确保曲线光滑、函数连续。Akima 曲线拟合的基本原理是假设给定 n 个不等距 GPS 测点为 $x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1}$ 、相应的高程异常值为 ξ_i ($i=0, 1, 2, \dots, n-1$) 若在子区间 $[x_k, x_{k+1}]$ ($k=0, 1, 2, \dots, n-2$) 上两个端点处满足以下 4 个条件,即

$$\xi_k = f(x_k) \quad (30)$$

$$\xi_{k+1} = f(x_{k+1}) \quad (31)$$

$$\xi_k' = g_k \quad (32)$$

$$\xi_{k+1}' = g_{k+1} \quad (33)$$

则在区间 $[x_k, x_{k+1}]$ 上可以唯一地确定一个三次多项式 ($k=0, 1, 2, \dots, n-2$) 即

$$\xi(x) = p_0 + p_1(x - x_k) + p_2(x - x_k)^2 + p_3(x - x_k)^3 \quad (34)$$

由式(34)即可计算该子区间插值点 t 处的高程异常值 $\xi(x)$ 。

式(30)~(34)中 $\xi(x)$ 为拟合点的高程异常; x_k, x_{k+1} 为两端已知点的坐标; p_0, p_1, p_2, p_3 为拟合系数; g_k, g_{k+1} 可根据 Akima 条件惟一确定。

3.2 GPS 高程异常曲面拟合法

GPS 高程异常曲面拟合方法可分平面拟合法、多项式曲面拟合法、多面函数拟合法等。

3.2.1 平面拟合

平面拟合的基本原理是假设已知点 i 的高程异常为 ξ_i , 平面坐标为 (x_i, y_i) , 则平面模型可表示为

$$\xi_i = a_1 + a_2x_i + a_3y_i \quad (35)$$

式(35)中 ξ_i 为拟合点的高程异常; a_1, a_2, a_3 为待定参数。求解时至少需要三个公共点, 根据最小二乘准则即可求得参数的最佳估计并进而回代得到未知点的高程异常值 ξ 。

平面拟合适用于范围较小且地势平坦情况(此时可将其似大地水准面近似看成平面。这样就可用一个平面函数来近似拟合出似大地水准面并进而求出测点的正常高)。

3.2.2 多项式曲面拟合

多项式曲面拟合的基本原理是假设测点的高程异常 ξ_i 和坐标 (x_i, y_i) 之间存在以下函数关系, 即

$$\xi_i = f(x_i, y_i) + \varepsilon_i \quad (36)$$

式(36)中 $f(x, y)$ 为空间曲面函数, ε_i 为拟合误差。通常情况下 $f(x, y)$ 可选用如下的多项式空间曲面表达式, 即

$$f(x, y) = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4y^2 + b_5xy + b_6x^3 + b_7xy^2 + b_8x^2y + b_9y^3 + \dots \quad (37)$$

式(37)写成矩阵形式, 可表达为

$$\xi = XB + \varepsilon \quad (38)$$

$$\text{式(38)中 } \xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ M \\ \xi_n \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_1 \\ M \\ b_n \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ M \\ \varepsilon_n \end{bmatrix};$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & \Lambda \\ M & M & M & M & M \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & \Lambda \end{bmatrix}。$$

对于每一个已知点都可列出以上方程。在 $\sum \varepsilon_i^2 = \min$ 条件下可解出参数 b_i 并可进而回代得到未知点的高程异常值 ξ 。根据测区的不同情况可在式(37)中选用不同的参数进行拟合(选用的参数不同, 拟合出的空间曲面形式也不同)。多项式曲面拟合适用于测区范围较大的情况(即采用曲面模型来对似大地水准面进行拟合)。

3.2.3 多面函数拟合

多面函数拟合的基本原理是任何一个圆滑的数学表面总可以用一系列有规则的数学表面进行组合并以任意的精度进行逼近。多面函数拟合的基本过程是在每个插值点上同所有的已知数据点分别建立

函数关系(多面函数),然后将这些多面函数的值进行叠加以获取最佳的曲面拟合值,设测点的高程异常 ξ_i 和坐标 (x_i, y_i) 之间存在以下函数关系,即

$$\xi = f(x, y) = \sum_{i=1}^n [a_i Q(x, y, x_i, y_i)] \quad (39)$$

式(39)中 a_i 为待定系数; x, y 为待求点的坐标; x_i, y_i 为已知点的坐标; $Q(x, y, x_i, y_i)$ 为二次核函数,核函数一般可选用以下形式,即

$$Q(x, y, x_i, y_i) = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta]^{1/2} \quad (40)$$

式(40)中 δ 为光滑系数(应在试算后加以确定)。当待求点数等于已知点数时任一点 ξ_p 为

$$\xi_p = Q_p Q^{-1} \xi = [Q_{1p} \quad Q_{2p} \quad \dots \quad Q_{np}] \cdot \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1n} \\ M & M & M & M \\ Q_{n1} & Q_{n2} & \dots & Q_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \dots \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (41)$$

式(41)中 $Q_{ij} = Q(x, y, x_i, y_i)$ 。当待求点数多于已知点数时 $\xi_p = Q_p (Q^T Q)^{-1} Q^T \xi$ 。

多面函数拟合适用于测区地势复杂、高差较大的情况(该种情况下似大地水准面的起伏也随之增大,故单一的数学曲面已不再适用而应采用多面函数模型进行拟合)。

3.3 遗传神经网络模型算法

遗传神经网络模型算法首先利用遗传算法善于发现最优解区域特点的同时找出网络参数的最优初始值,然后再利用 BP 算法的寻优能力来搜索模型参数的最优解空间。算法具体步骤有 5 步,即初始;适应度计算及评价;遗传操作(选择与复制→交叉→变异);产生新种群;用 BP 算法训练网络权值得出结果(即达到所要求的性能指标或最大遗传代数后将最终群体中的最优个体解码即可得到优化后的网络连接权系数。以 GA 遗传出的优化初值作为

BP 神经网络的初始权值,再用 BP 算法训练直到误差平方和达到指定精度,或达到设定的最大迭代次数,算法结束)。

4 结语

当前测绘技术正从模拟、解析测量阶段发展到数字化、自动化阶段,从事后处理阶段发展为实时处理阶段,从一维、二维定位发展到三维、四维定位阶段。GPS 定位技术作为当代最先进的测地技术之一在现代测量中发挥的作用日益增强,充分认识 GPS 技术、充分利用 GPS 技术、充分挖掘 GPS 的潜力是现代测绘的一个重要的研究课题。本文给出的基于 GPS 的高精度跨河水准测量方法充分利用了 GPS 的特长与优势,具有简便、适用、可靠度高等诸多优点,在江苏、安徽、江西、湖北、河南、山东等地区的跨江、跨河特大桥梁、特长隧道建设中取得了良好的效果,建议大家在相关工作中试用(试用中务必遵守本文中的各种规定及要求)。当然,限于水平、学识,谬误与偏颇敬请大家在实际应用中多多予以修正。希望本文能对跨河水准测量的技术进步有所启发、有所帮助。

参考文献

- [1] GB/T18314-2009 全球定位系统(GPS)测量规范
- [2] CH/T2009-2010 全球定位系统实时动态(RTK)测量技术规范
- [3] CH/T2008-2005 全球导航卫星系统连续运行参考站网建设规范
- [4] CH8016-1987 全球定位系统(GPS)测量型接收机检定规程
- [5] GB/T12897-1993 国家一、二等水准测量规范
- [6] GB/T15314-1997 精密工程测量规范
- [7] GB50026-1997 工程测量规范