

灰色系统模型在估测地下经济规模中的应用^{*}

◎ 夏南新

〔摘 要〕在国外，地下经济规模的估测通常是采用货币分析法，所建立的模型要么是像现金比率法一样的静态模型，要么就是白化形式的计量经济模型。由于地下经济活动的最显著特点是隐蔽性，且收入是灰色的，因此，从某种程度上讲，地下经济规模的估测更适合于采用灰色系统或模糊数学等计量方法。

〔关键词〕灰色系统模型 地下经济 估测

〔作者简介〕夏南新 中山大学岭南学院副教授、博士，广东 广州，510275。

〔中图分类号〕F064.1 〔文献标识码〕A 〔文章编号〕1000-7326(2004)01-0040-04

一、灰色系统模型的引入

灰色系统（Grey System）是一个信息不完全的系统，它着重外延明确、内涵不明确的对象。所谓“灰”，是表示信息不充分或不完全。灰色建模方法是着重系统行为数据间的内在关系的量化，是内涵外延化，外延内涵均取的方法。这种方法的因果关系不一定要明确，建模的序列可以是单序列的。另外，灰色系统理论提出了灰关联空间，在此空间建立的是非函数型的序模型，从而克服了一般统计方法追求大样本和典型分布的弱点，为此，灰关联空间又称为升华了的信息空间。社会系统和经济系统均是能量系统，而从灰色系统的角度考察，地下经济系统却是一个灰色的能量系统。能量系统的特征是惯性，而质量大和能量大的系统在状态运动的邻域内具有难以改变的轨道，这一事实为预测所具备的客观性和可检验性奠定了基础。灰色系统模型（Grey Model）的一般形式为： $GM(h, N, V, a)$ 。式中： h 表示微分方程的阶数； N 表示变量的个数； V 表示外生变量，是独立于原始数据之外的非辨别的参数； a 表示幂数。比如 $GM(0, N)$ 模型，它是 0 阶的 N 个变量的模型。零阶模型是不含导数的，因而该种模型是静态的。而 $GM(1, 1)$ 模型具有白化的指数形式，且结构非唯一，它具有灰微分、灰差分、灰指数律等性质。

二、灰色系统模型估测能源生产消费总量

采用灰色系统 $GM(1, 1)$ 模型对状态的自然（惯性）发展进行预测，实际上是一种灰色系统数列预测。能源消费数量在一定程度上体现了社会生产状况，通常，它与产值呈显著的正相关关系，因而通过能源生产消费总量便可以估测 GDP，进而间接地推断出地下经济规模。

表 1

单位：万吨标准煤

时 间	能源生产 消费总量 ^①	新生成累 加数据列	累加数据列两项 一次移动平均 ^②
	$x^{(0)}(t)$	$x^{(1)}(t)$	$z^{(1)}$
1985	63364	63364	NA
1986	67267	130631	96997.5

1987	72309	202940	166785.5
1988	77463	280403	241671.5
1989	81351	361754	321078.5
1990	82904	444658	403206.0
1991	87790	532448	488553.0
1992	93534	625982	579215.0
1993	100262	726244	676113.0
1994	107324	833568	779906.0
1995	115431	948999	891283.5
1996	121234	1070233	1009616.0

资料来源:《中国统计年鉴》(1986-1998年),中国统计出版社。备 注:①能源生产消费总量=能源消费总量-能源生活消费总量。②本来累加数据列两项一次移动平均数对应的时间应当是相邻的两年中间,为了不损失前后各一年的信息资料,这里作了简化处理,直接将其对应具体年份。

表1中所显示的是以1985-1996年为样本的能源生产消费总量的原始数据和派生数据。下面利用灰色系统GM(1,1)(即由1个变量构成的1阶灰微分方程)模型对我国地下经济规模进行估测。

原始数据列: $x^{(0)} = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(12)] = (63364, 67267, 72309, \dots, 121234)$

GM(1,1)模型建模步骤如下:第一步,对 $x^{(0)}$ 作1阶累加生成处理,目的是弱化原始数据列的随机性,从而显现其规律性。 $x^{(1)}$ 为 $x^{(0)}$ 的1-AGO(1阶累加生成)。按AGO关系,有 $x^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^t x^{(0)}(i)$ 则 $x^{(1)}(t) = [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(12)] = (63364, 130631, 202940, \dots, 1070233)$ 。作 $x^{(1)}$ 的两项一次移动平均生成处理,即 $z^{(1)}(t) = 0.5x^{(1)}(t) + 0.5x^{(1)}(t-1)$ 有 $z^{(1)} = [z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(12)] = (96997.5, 166785.5, \dots, 1009616.0)$ $x^{(0)}, x^{(1)}, z^{(1)} \in X$ 。第二步,对 $x^{(0)}$ 作光滑性检验。 $x^{(0)}$ 为光滑离散函数的条件为: $x^{(0)}(t)/\sum_{i=1}^{t-1} x^{(0)}(i) = x^{(0)}(t)/x^{(1)}(t-1) \leq \varepsilon$ (ε 是一个无穷小量,且 $0 < \varepsilon < 1$)

当 $t=2$ 时, $x^{(0)}(2)/x^{(1)}(1) = 67267/63364 > 1$,条件不满足;当 $t=4$ 时, $x^{(0)}(3)/x^{(1)}(2) = 72309/130631 < 1$,条件满足;当 $t=5$ 时, $x^{(0)}(4)/x^{(1)}(3) = 77463/202940 < 1$,条件满足;当 $t=6$ 时, $x^{(0)}(5)/x^{(1)}(4) = 81351/280403 < 1$,条件满足;……

在 t 取足够大值时, $x^{(0)}(t)$ 满足光滑性条件,可供GM(1,1)建模。至于 $z^{(1)}$,要求 $x^{(0)}(t)/z^{(1)}(t) \leq \varepsilon$,显然都是满足的。第三步,建立GM(1,1)模型(它是单序列建模),对 $x^{(0)}(t)$ 作灰色系统GM(1,1)建模,则 $x^{(1)}(t)$ 的灰色一阶线性微分方程: $\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b$

解方程得,时间响应函数[或称GM(1,1)影子方程的解]: $\hat{x}^{(1)}(t+1) = [x^{(0)}(1) - b/a]e^{-at} + b/a$

式中:GM(1,1)响应式中指数系数 a 称为发展系数,它反映 $\hat{x}^{(1)}$ 及 $\hat{x}^{(0)}$ 发展的态势; b 称为灰作用量。作为系统, b 的作用量应是外生的,即外部加入的,或者说是事先给定的。

利用最小二乘法辨识参数向量 $\hat{a}$,而

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(12) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -96997.5 & 1 \\ -166785.5 & 1 \\ -241671.5 & 1 \\ \dots & \dots \\ -1009616.0 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \dots \\ x^{(0)}(12) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67267 \\ 72309 \\ 77463 \\ \dots \\ 121234 \end{bmatrix}$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} 1.11E-12 & 5.69E-07 \\ 5.69E-07 & 0.3833 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.71E+11 \\ 1006869 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.060902 \\ 61033.89 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$\text{则 } \hat{x}^{(1)}(t+1) = 1065530e^{0.060902t} - 1002166$$

第四步,模型精度检验。1. 对模型估计AGO数据进行检验 $\delta^{(1)}(t) = x^{(1)}(t) - \hat{x}^{(1)}(t)$

表 2

单位:万吨标准煤

时 间	模型估计值	实 际 值	残 差	残差率(%)
	$\hat{x}^{(1)}(t)$	$x^{(1)}(t)$	$\delta^{(1)}(t)$	
1985	NA	NA	NA	NA
1986	130273.7	130631	357.305	0.2735
1987	201385.0	202940	1555.031	0.7663
1988	276961.7	280403	3441.344	1.2273
1989	357284.2	361754	4469.844	1.2356
1990	442650.5	444658	2007.500	0.4515
1991	533377.4	532448	-929.375	0.1745
1992	629801.5	625982	-3819.500	0.6102
1993	732280.5	726244	-6036.500	0.8312
1994	841194.6	833568	-7626.625	0.9149
1995	956948.0	948999	-7949.000	0.8376
1996	1079970.0	1070233	-9737.125	0.9098

从表 2 可以看出,模型对历年的 AGO 数据的估计的误差率均很低,只有 1988 年和 1989 年的误差率刚刚超过 1%,其余年份的误差率均在 1% 以下,由此可以认为这一模型拟合优良。

2. 对模型估计 AGO 数据累减生成的还原数据进行检验

$$\hat{x}^{(0)}(t) = \hat{x}^{(1)}(t) - \hat{x}^{(1)}(t-1) \quad \delta^{(0)}(t) = x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t)$$

表 3

单位:万吨标准煤

时 间	模型估计值	实 际 值	残 差	残差率(%)
	$\hat{x}^{(0)}(t)$	$x^{(0)}(t)$	$\delta^{(0)}(t)$	
1985	NA	NA	NA	NA
1986	NA	NA	NA	NA
1987	71111.27	72309	1197.727	1.6564
1988	75576.69	77463	1886.313	2.4351
1989	80322.50	81351	1028.500	1.2643
1990	85366.34	82904	-2462.344	-2.9701
1991	90726.88	87790	-2936.875	-3.3453
1992	96424.13	93534	-2890.125	-3.0899
1993	102479.00	100262	-2217.000	-2.2112
1994	108914.10	107324	-1590.125	-1.4816
1995	115753.40	115431	-322.375	-0.2793
1996	123022.10	121234	-1788.125	-1.4749

从表 3 可以看出,该模型对历年能源生产消费总量估计的误差率均较低,都在 3.5% 以下,由此进一步表明该模型拟合优良。

第五步,利用 GM(1,1) 灰模型进行预测

$$\text{当 } t=12 \text{ 时, } \hat{x}^{(1)}(12+1) = \hat{x}^{(1)}(13) = 1210717 \quad \hat{x}^{(0)}(13) = \hat{x}^{(1)}(13) - \hat{x}^{(1)}(12) = 130747$$

因而,1997 年能源生产消费总量估计值为 130747 万吨标准煤。

$$\text{当 } t=13 \text{ 时, } \hat{x}^{(1)}(13+1) = \hat{x}^{(1)}(14) = 1349675 \quad \hat{x}^{(0)}(14) = \hat{x}^{(1)}(14) - \hat{x}^{(1)}(13) = 138958$$

因而,1998 年能源生产消费总量估计值为 138958 万吨标准煤。

$$\text{当 } t=14 \text{ 时, } \hat{x}^{(1)}(14+1) = \hat{x}^{(1)}(15) = 1497358 \quad \hat{x}^{(0)}(15) = \hat{x}^{(1)}(15) - \hat{x}^{(1)}(14) = 147683$$

因而,1999 年能源生产消费总量估计值为 147683 万吨标准煤。

$$\text{当 } t=15 \text{ 时, } \hat{x}^{(1)}(15+1) = \hat{x}^{(1)}(16) = 1654315 \quad \hat{x}^{(0)}(16) = \hat{x}^{(1)}(16) - \hat{x}^{(1)}(15) = 156957$$

因而,2000 年能源生产消费总量估计值为 156957 万吨标准煤。

三、GM(1,1) 模型估测我国地下经济规模

在 1987-1989 年期间,能源生产消费总量的估计值基本上都是大于实际值,估计值与实际值之间的

差额大致为 1000 - 2000 万吨标准煤。能源生产消费总量的估计值平均每年以 6.28% 的速度增长,而能源生产消费总量的实际值每年的增幅如表 4 所示。

表 4

时 间	能源生产消费比 上年增长(%)	GDP 比上年增长 (%)	能源生产消 费弹性系数
	实 际 值		实 际 值
1985	NA	—	NA
1986	NA	—	NA
1987	NA	—	NA
1988	7.13	11.3	0.631
1989	5.02	4.1	1.224
1990	1.91	3.8	0.503
1991	5.89	9.2	0.640
1992	6.54	14.2	0.461
1993	7.19	13.5	0.533
1994	7.04	12.6	0.559
1995	7.55	10.5	0.719
1996	5.03	9.6	0.524

表 4 还显示,1989 年我国 GDP 只比上年增长 4.1%,但是,能源生产消费比上一年仍然以 5.02% 速度较快增长,这一年能源生产消费弹性系数几乎是往年的两倍,达到了 1.224。也就是说,只有能源生产投入以 1.224% 的速度增长,才能使经济增长速度达到 1%。这种能源高投入带动经济增长显然是不正常的,这种不相称的增长背后隐藏着这样一个事实,当时国内经济一度过热,给地下经济孳生有了可趁之机。有资料显示,在此期间以擅长生产假冒伪劣产品的地下工厂到处泛滥,而公开经济活动偷逃税情况也十分严重,从而导致能源消耗与国民经济发展不协调。

根据我国政府对公开经济的统计结果显示,1997 年能源生产消费为 121805 万吨标准煤,可以使公开经济带来的国内生产总值(GDP)为 74772.4 亿元。按照我国能源生产消费的发展趋势,用 GM(1,1) 模型预测,1997 年能源生产消费总量估计值为 130747 万吨标准煤,由此可以推出,国内生产总值估计值相应为 80261.62(=130747×74772.4/121805)亿元(这里对 GDP 的估测作了适当的技术处理,经过在 SAS8.1 上实现,表明 GDP 与能源生产消费总量大致呈线性关系)。由于地下经济隐蔽生产,从而使政府在实际统计工作中往往会把地下经济的能源生产消费当作生活消费来统计,致使能源生产消费量出现低估。如 1997 年能源生产消费低估了 8942(=130747-121805)万吨标准煤。这部分能源生产消费基本上是由地下经济的合法生产与非法生产所消耗掉了,因此,1997 年地下经济的 GDP 估计值为 5489.22(=80261.62-74772.4)亿元。其他年份的地下经济的 GDP 估计值也同理可以依次类推得到(详见表 5)。

表 5

年份	GDP (亿元)	能源生产消 费 实 际 值 (万吨标准 煤)	能源生产消 费 估 计 值 (万吨标准 煤)	GDP 的估计 值(亿元)	能源生产消 费 低 估 值 (万吨标准 煤)	地下经济的 GDP 估计值 (亿元)	地 下 经 济 GDP 估计值 占 GDP 比例 (%)
1997	74772.4	121805	130747	80261.62	8942	5489.22	7.34
1998	79748.0	117821	138958	94054.73	21137	14306.73	17.94
1999	82067.5	115567	147683	104874.01	32116	22806.51	27.79
2000	89403.6	115385	156957	121614.78	41572	32211.18	36.03

* 2002 年广东省哲学社会科学规划项目“地下经济对国家经济安全影响的数量分析”,批准号 02C90。

[参考文献] 邓聚龙:《灰色系统理论教程》,华中理工大学出版社,1992 年。

责任编辑:黄振荣