

【统计理论与方法】

# 分位数单位根检验的有限样本绩效及其应用

吴亮<sup>1</sup>, 邓明<sup>2, 3</sup>

(1. 阜阳师范学院 数学与计算科学学院, 安徽 阜阳 236041; 2. 厦门大学 经济学院, 福建 厦门 361005;  
3. 中国社会科学院 城市发展与环境研究所, 北京 100836)

**摘要:**利用蒙特卡洛模拟方法,在不同的数据产生过程下比较了分位数单位根检验与传统的 ADF 和 PP 单位根检验的绩效。研究发现:当误差项服从正态分布时,传统单位根检验与分位数单位根检验的检验功效相差不大,前者甚至略优于后者;但当误差项服从  $t$  分布时,分位数单位根要优于传统的单位根检验。在此基础上,采用中国商品价格指数(增长率)数据,给出分位数单位根检验的实例应用,实证结果显示中国商品价格指数具有非对称的惯性特征。

**关键词:**分位数单位根检验;数据产生过程;商品价格指数

**中图分类号:**F224.0 **文献标志码:**A **文章编号:**1007-3116(2014)01-0026-08

## 一、前言

经济时间序列有很多是含有单位根的非平稳序列,因此在分析经济时间序列时,对数据进行单位根检验已经成为一种研究惯例。自 Dickey 等人的研究以来<sup>[1-2]</sup>,经济时间序列的单位根检验,一直是计量经济学领域中的研究热点问题。经典的单位根检验方法在实证研究中得到了广泛的应用,如 Said 等人提出的 ADF 检验<sup>[3]</sup>,Phillips 等人提出的 PP 单位根检验等<sup>[4]</sup>。但是,经典的单位根检验通常假定模型中的所有系数以及误差项的方差都是常数;随着时间的推移、环境的变化、政策的制定、机制的改革等,上述假定不再成立,亦即模型中可能有部分或全部系数或误差项的方差会随时间、某个变量或以某个概率发生变化,变化可能是瞬间完成的,也可能是平滑变化的。为刻画具有上述经济现象的经济变量平稳性,以结构突变、阈值自回归、平滑转移自回归和马尔科夫机制转换模型等为主要特征的非线性

单位根(平稳性)检验,将单位根(平稳性)检验引入一个新的发展领域<sup>[5]</sup>。

总结现有单位根检验的研究文献,无论线性模型还是非线性模型、参数方法还是非参数方法,这些模型均是在条件均值处分析时间序列的持续性行为,Lima 等人称此类模型为对称影响模型<sup>[6]</sup>。但是,条件均值只是概率分布的一个特征,并不能完全刻画条件分布在不同位置的持续性特征,如果希望知道在更多的分布特征上序列的持续性,那么传统的单位根检验则存在局限。Koenker 等人指出时间序列在不同分位数上可能具有不同的动态调整机制,而条件均值模型仅关心前期值对当前值的平均影响,并不能完全刻画条件分布在不同位置的特征。因此,放松传统的对自回归系数独立于分位数的限制,允许不同分位数下的自回归系数是分位数相依的,提出分位数自回归模型,用于分析不同分位数下滞后值对当前值的影响,从而得到关于条件分布的完整描述<sup>[7]</sup>。以分位数自回归模型为基础,Konek-

收稿日期:2013-09-13;修复日期:2013-11-12

基金项目:中国博士后科学基金项目《城市间土地财政的竞争外溢与房价的空间传导》(2012M510670);全国统计科研计划项目《时变系数的空间面板数据模型——理论与应用》(2012LY015),《阈值分位数自回归模型:估计、检验与应用》(2013LY044);2013 年教育部人文社会科学研究一般项目《空间似无关回归模型——参数估计、设定检验及其应用》(13YJC910003)

作者简介:吴亮,男,安徽阜阳人,经济学博士,讲师;研究方向:计量经济理论与应用;

邓明,男,湖南衡阳人,经济学博士,助理教授,硕士生导师,研究方向:空间计量经济学。

er 等人又提出分位数单位根检验方法, 用于分析在不同分位数下, 时间序列的平稳性质<sup>[1]</sup>。由于在不同分位数下序列可能平稳或非平稳, 因此序列可能同时具有平稳和非平稳性质, 从而与阈值自回归、平滑转移或马尔科夫转换模型所探讨被解释变量的条件均值模型不同, 提供研究时间序列的非对称动态和局部持续性的一种替代方法, 并被应用于宏观经济变量的非对称持续行为中, 例如 Tsong 等人利用分位数单位根检验, 研究了 12 个 OECD 国家通货膨胀的非对称动态行为<sup>[8]</sup>; 陈雄强等人利用分位数单位根检验分析了中国通货膨胀持久性的非对称特征<sup>[9]</sup>。

传统单位根检验的另一个缺陷在于检验势较低, 研究表明在最宽松的条件下, 仍然需要 75 个时期的数据才能够以大于 50% 的可能性拒绝零假设。基于 MCMC 的模拟研究表明, 无法通过提高观察的频率来避开传统的单位根检验所产生的低势问题, 因此即使将观察点从年度或季度数据扩展到月度数据, 也不能从根本上解决问题。此后, 研究者采取两种扩大样本的方法解决传统单位根检验的低势问题: 一种是使用大跨度的长期历史数据, 但是长时段数据检验也受到一些批评, 由于数据期限很长, 所以会涉及到样本期内的结构变化, 而传统的单位根检验方法很难检验到结构性断点; 另一种是使用面板数据<sup>[10]</sup>, 但面板数据方法的缺点也是明显的, 其零假设一般是所有时间序列均是单位根过程, 因此只要有一个系列是平稳的就可以拒绝零假设。分位数单位根检验能在不同分位点上检验时间序列的动态持续行为, 但是否也同样面临检验的低势问题? 对于这一点, 现有文献并未给出明确证据, 因此笔者采用蒙特卡洛模拟方法, 检验分位数单位根检验在不同数据分布下的检验绩效, 并与传统的 ADF 检验和 PP 检验进行比较, 研究结果表明: 第一, 当真实数据为非平稳序列时, 传统单位根检验与分位数单位根检验的势相差不大, 前者的检验势甚至略高于后者, 尤其是当误差项服从正态分布时, 传统单位根检验的势要远高于分位数单位根检验的势, 这说明传统的单位根检验在误差服从正态分布时具有一定优势; 第二, 当误差项服从  $t$  分布且真实数据为稳定序列时, 分位数单位根的势要高于传统单位根检验的势, 随着  $t$  分布自由度的提高, 亦即误差项分布的厚尾特征愈明显时, 分位数单位根检验在检验绩效上的优势更加突出。为了体现分位数单位根检验的特点, 本文利用企业商品交易价格指数实证研究

了中国商品价格的非对称惯性特征。

## 二、分位数单位根检验

考虑如下形式的  $p$  阶自回归模型:

$$y_t = \theta_1 y_{t-1} + \dots + \theta_p y_{t-p} + u_t \quad (1)$$

其中  $y_t$  为被解释变量,  $u_t$  为随机扰动项。将式(1)改写为如下的 ADF 形式:

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_{j+1} \Delta y_{t-j} + u_t \quad (2)$$

其中  $\alpha_1 = \sum_{s=1}^p \theta_s$   $\alpha_{j+1} = -\sum_{s=j+1}^p \theta_s$

基于式(2), Koenker 等人给出  $y_t$  的条件  $\tau$  分位数<sup>[7]</sup>:

$$Q_{y_t}(\tau | \Omega_{t-1}) = \alpha_1(\tau) y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_{j+1}(\tau) \Delta y_{t-j} + Q_{u_t}(\tau) \quad (3)$$

$\Omega_t$  为  $\{y_s, s \leq t\}$  所集合而成的一个  $\sigma$  域,  $Q_{u_t}(\tau)$  为第  $\tau$  个分位点。Koenker 等人称式(3)为  $p$  阶分位数自回归模型<sup>[7]</sup>。根据式(3)可以看出, 分位数自回归模型可以分析滞后值对不同分位点下的当期被解释变量  $y_t$  的影响, 该影响会随着分位点的不同而不同, 这一点与一般的基于条件均值的自回归模型有着本质的区别, 后者只能考察前期被解释变量对当期被解释变量的平均影响。令:

$$\alpha_0(\tau) = Q_{u_t}(\tau)$$

$$\alpha(\tau) = (\alpha_0(\tau), \alpha_1(\tau), \dots, \alpha_p(\tau))$$

$$x_t = (1, y_{t-1}, \Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-p+1})'$$

可将式(3)改写成如下形式:

$$Q_{y_t}(\tau | \Omega_{t-1}) = x_t' \alpha(\tau) \quad (4)$$

系数  $\alpha(\tau) = (\alpha_0(\tau), \alpha_1(\tau), \dots, \alpha_p(\tau))$  可以采用 Koenker 等人所提出的分位数回归方法进行估计<sup>[11]</sup>, 也就是要解决如下问题:

$$\min_{\alpha} \sum_{t=1}^n \rho_{\tau}(y_t - x_t' \alpha(\tau)) \quad (5)$$

此处  $\rho_{\tau}(u) = u(\tau - I(u < 0))$ , 其定义在 Koenker 等人的研究中有详细说明<sup>[11]</sup>,  $I(u < 0)$  为示性函数, 当  $\{u < 1\}$  时该函数取 1, 否则取 0。上述目标函数无法直接用微分求解, 可以采用线性规划的办法求解得到估计值  $\hat{\alpha}(\tau)$ 。

通过式(3)的分位数自回归模型, Koenker 等人检验在特定分位数下序列是否具有单位根, 其原假设为<sup>[1]</sup>:

$$H_0: \alpha_1(\tau) = 1 \quad (6)$$

原假设成立表明在  $\tau$  分位数下, 序列具有单位根行为。由于不同分位数下  $\alpha_1(\tau)$  可能为 1, 也可能不为 1, 因此允许在不同分位数下, 时间序列数据同时具

有平稳及非平稳性,从而分位数单位根检验可以检验序列在不同分位点上的动态行为,有别于传统的单位根检验方法(如 ADF 检验)只能得到序列在条件均值处的行为。

令  $D_n = \text{diag}(\sqrt{n}, n, \sqrt{n}, \dots, \sqrt{n})$ , 在合适条件且原假设  $\alpha_1(\tau) = 1$  成立时, Koenker 等人给出  $\hat{\alpha}(\tau)$  在标准化后的大样本分布<sup>[1]</sup>:

$$D_n(\hat{\alpha}(\tau) - \alpha(\tau)) \Rightarrow \frac{1}{f(F^{-1}(\tau))} \begin{bmatrix} \int_0^1 \bar{B}_w \bar{B}'_w & 0_{2 \times (p-1)} \\ 0_{(p-1) \times 2} & \Omega_\Phi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \int_0^1 \bar{B}_w dB_\psi^\tau \\ \Phi \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中  $\bar{B}_w = [1, B_w(r)]'$ ,  $B_w(r)$  为布朗运动,  $\Phi$  为  $p-1$  维的多维正态分布向量, 协方差阵为  $\tau(1-\tau)\Omega_\Phi$ :

$$\Omega_\Phi = \begin{bmatrix} v_0 & \cdots & v_{p-2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p-2} & \cdots & v_0 \end{bmatrix} \quad v_j = E[\Delta y_t \Delta y_{t-j}] \quad (8)$$

由于  $\Phi$  与  $\int_0^1 \bar{B}_w dB_\psi^\tau$  相互独立, 因此  $\hat{\alpha}_1(\tau)$  的极限分布不受到其他滞后系数估计的影响, 大样本分布如下:

$$n(\hat{\alpha}_1(\tau) - 1) \Rightarrow \frac{1}{f(F^{-1}(\tau))} \left[ \int_0^1 \tilde{B}_w^2 \right]^{-1} \int_0^1 \tilde{B}_w dB_\psi^\tau \quad (9)$$

其中  $\tilde{B}_w(r) = B_w(r) - \int_0^1 B_w$  为去除平均数的布朗运动。依据上述  $\hat{\alpha}_1(\tau)$  的大样本分布, Koenker 等人建议使用  $t$  统计量来检验  $y_t$  在每一分位点上  $\alpha_1(\tau) = 1$  的原假设是否成立<sup>[1]</sup>:

$$t_n(\tau) = \frac{\hat{f}(F^{-1}(\tau))}{\sqrt{\tau(1-\tau)}} (Y'_{-1} P_X Y_{-1})^{\frac{1}{2}} (\hat{\alpha}(\tau) - 1) \quad (10)$$

此处  $\hat{f}(F^{-1}(\tau))$  为  $f(F^{-1}(\tau))$  的一致估计,  $Y_{-1}$  为所有滞后因变量  $(y_{t-1})$  组成的向量,  $P_X$  为投影到  $X = (1, y_{t-1}, \Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-p+1})$  正交空间的投影矩阵。Koenker 等人给出检验统计量  $t_n(\tau)$  的渐近分布<sup>[1]</sup>:

$$t_n(\tau) \Rightarrow t(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\tau(1-\tau)}} \left[ \int_0^1 \tilde{B}_w^2 \right]^{-1} \int_0^1 \tilde{B}_w dB_\psi^\tau \quad (11)$$

在计算检验统计量  $t_n(\tau)$  时, 需要对  $f(F^{-1}(\tau))$  进行估计, 根据 Siddiqui 的研究可知<sup>[12]</sup>,  $dF^{-1}(\tau)/dt = (f(F^{-1}(\tau)))^{-1}$ , 从而有:

$$f_n(F_n^{-1}(\tau))$$

$$= \frac{2h_n}{F_n^{-1}(\tau + h_n) - F_n^{-1}(\tau - h_n)} \quad (12)$$

其中  $F_n^{-1}(\tau)$  为  $F^{-1}(\tau)$  的估计式,  $h_n$  为窗宽, 且满足  $n \rightarrow \infty, h_n \rightarrow 0$ 。根据 Koenker 等人的研究<sup>[11]</sup>, 可得到  $F^{-1}(\tau)$  的估计式为:

$$F_n^{-1}(\tau) = \bar{x}' \hat{\alpha}(\tau) \quad (13)$$

其中  $\bar{x}$  为均值向量, 从而稀疏密度函数的估计式为:

$$f_n(F_n^{-1}(\tau)) = \frac{2h_n}{\bar{x}'(\hat{\alpha}(\tau + h_n) - \hat{\alpha}(\tau - h_n))} \quad (14)$$

上述分位数单位根检验方法只是分析在某一特定分位点上是否具有单位根, Koenker 等人给出 Kolmogorov - Smirnov 类型的检验统计量, 可检验序列在整个分位数过程上是否具有单位根<sup>[1]</sup>, 该检验统计量形式如下:

$$QKS = \sup |t_n(\tau)| \quad \tau \in (0, 1) \quad (15)$$

此处  $t_n(\tau)$  如式(10)所定义。实际运用时, 先取不同的分位数, 计算每个分位数的  $t_n(\tau)$  的绝对值, 最后从绝对值中取最大值得到 QKS 检验统计量值。

由于布朗运动  $B_w$  及  $B_\psi^\tau$  具有相关性, 相关系数为  $\sigma_{w\psi}$ , 因此  $t_n(\tau)$  的分布会受到  $\sigma_{w\psi}$  的影响, 故  $t_n(\tau)$  与 QKS 检验的大样本分布为非标准分布, 无法由既有的分布表给出  $t_n(\tau)$  和 QKS 的临界值, Koenker 等人建议利用 bootstrap 来估计检验统计量的小样本分布<sup>[1]</sup>, 步骤如下:

(1) 以普通最小二乘法(OLS)估计  $\Delta y_t$  的  $p$  阶自回归模型:

$$\Delta y_t = \sum_{j=1}^p \hat{\beta}_j \Delta y_{t-j} + \hat{u}_t \quad (16)$$

取得估计值  $\hat{\beta}_j, j = 1, 2, \dots, p$  以及残差  $\hat{u}_t$ 。阶次  $p$  可利用 AIC 或 BIC 等信息准则来挑选。

(2) 以抽取放回的方式由中心残差  $\hat{u}_t = \hat{u}_t - (n-p)^{-1} \sum_{t=p+1}^n \hat{u}_t$  中抽取一组 bootstrap 样本。

(3) 在单位根的零假设下, 根据下式产生  $\Delta y_t^*$  的 bootstrap 样本:

$$\Delta y_t^* = \sum_{j=1}^p \hat{\beta}_j \Delta y_{t-j}^* + \hat{u}_t^* \quad (17)$$

此处  $\hat{\beta}_j$  为上式的估计值, 且初始值  $\Delta y_j^* = \Delta y_j, j = 1, 2, \dots, p$ 。

(4) 由下式产生 bootstrap 样本  $y_t^*$ :

$$y_t^* = y_{t-1}^* + \Delta y_t^* \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

其中  $y_1^* = y_1$ 。

(5) 根据  $\{y_t^*\}_{t=1}^n$  估计  $t_n(\tau)$  和 QKS, 用  $t_n(\tau)^*$  和  $QKS^*$  表示。

(6) 重复步骤(2)到(5)多次, 得到  $t_n(\tau)^*$  和 QKS\* 的经验分布, 以此作为  $t_n(\tau)$  和 QKS 在原假设成立下的近似分布。

### 三、数值模拟

采用蒙特卡洛方法研究经典单位根检验的实际势和显著性水平, 如 Dickey 等人<sup>[1]</sup>、Schwert<sup>[13]</sup>、夏南新<sup>[14]</sup>、白仲林等人<sup>[15]</sup> 的研究, 普遍接受的结论是在区分单位根过程和近单位根过程时, 判别力较低。本节使用蒙特卡洛模拟, 在不同数据产生过程和误差分布下, 检验分位数单位根检验的有限样本绩效, 并与在文献中使用最多的 ADF 和 PP 单位根检验进行比较研究。假设数据产生过程如下:

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t \quad (19)$$

其中  $u_t$  为随机误差项,  $\rho$  取值为 1.0(单位根) 以及 0.95、0.90、0.85(平稳), 样本容量为 50、75、100、125、150、200、250、300, 考虑到许多经济与金融时间

序列具有高峰厚尾性, 设定随机误差项  $u_t$  的分布形式如下:

- (1) 独立同分布,  $N(0, 1)$ 。
- (2) 独立同分布, 自由度为 2 的  $t$  分布。
- (3) 独立同分布自由度为 3 的  $t$  分布。
- (4) 独立同分布, 自由度为 4 的  $t$  分布。

用于比较的检验统计量为:

- (1) 基于分位数自回归在  $\tau = 0.5$  处的单位根检验统计量  $t_n(0.5)$ 。
- (2) 基于分位数自回归的 Kolmogorov — Smirnov 检验统计量 QKS。
- (3) ADF 单位根检验。
- (4) Phillips — Perron 单位根检验统计量。

选取的名义检验显著性水平为 5%, 当  $\rho$  取 1 时, 拒绝率为实际显著性水平; 当  $\rho$  小于 1 时, 拒绝率为实际势, 利用 BIC 准则确定式(2)的最佳滞后阶数。

表 1  $u_t \sim N(0, 1)$  时的检验绩效比较表

样本容量	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	
$\rho=1$					$\rho=0.95$				
n=50	0.049	0.048	0.042	0.044	n=50	0.069	0.067	0.067	
n=75	0.053	0.051	0.049	0.047	n=75	0.087	0.088	0.066	
n=100	0.05	0.05	0.044	0.042	n=100	0.121	0.139	0.146	
n=125	0.053	0.048	0.049	0.049	n=125	0.138	0.148	0.13	
n=150	0.051	0.05	0.05	0.05	n=150	0.196	0.202	0.189	
n=175	0.048	0.051	0.048	0.047	n=175	0.234	0.244	0.219	
n=200	0.049	0.05	0.041	0.042	n=200	0.359	0.366	0.278	
n=250	0.051	0.051	0.04	0.042	n=250	0.428	0.448	0.272	
n=300	0.05	0.049	0.044	0.045	n=300	0.572	0.594	0.301	
$\rho=0.90$					$\rho=0.85$				
n=50	0.115	0.114	0.132	0.112	n=50	0.177	0.2	0.139	
n=75	0.087	0.088	0.066	0.06	n=75	0.335	0.377	0.244	
n=100	0.246	0.252	0.22	0.194	n=100	0.581	0.672	0.475	
n=125	0.413	0.451	0.238	0.229	n=125	0.737	0.813	0.539	
n=150	0.561	0.604	0.347	0.313	n=150	0.877	0.93	0.599	
n=175	0.695	0.743	0.609	0.603	n=175	0.956	0.981	0.679	
n=200	0.82	0.912	0.64	0.71	n=200	1	1	0.832	
n=250	0.945	0.967	0.656	0.673	n=250	0.999	0.999	0.999	
n=300	0.991	0.996	0.759	0.798	n=300	0.999	1	0.999	

表 1 给出了当误差项均服从标准正态分布且相互独立时各检验方法的势, 从中可以发现: 当误差项服从相互独立的标准正态分布时, 相较于分位数单位根检验, 传统的 ADP 检验和 PP 检验在检验势方面具有优势。具体而言, 当  $\rho=1$  时, 即当真实的数据存在单位根时, 传统的单位根检验的势在所有样本容量下均高于分位数单位根检验, 但相差不大; 当  $\rho \neq 1$  时, 亦即真实的数据为平稳序列时, 此时传统的单位根检验的势要远远高于分位数单位根检验的势, 传统单位根检验优势更为明显。

表 2~4 给出了误差项服从  $t(2)$ 、 $t(3)$  和  $t(4)$  分布时各检验方法的势, 从中可以发现: 第一, 当真实

的数据存在单位根, 即  $\rho=1$  时, 无论误差项所服从的自由度为多少, 传统的单位根检验的势与分位数单位根检验的差别不大; 第二, 当真实的数据为平稳序列, 即  $\rho \neq 1$  时, 分位数单位根检验的势要高于传统的单位根检验的势。关注到, 随着样本容量的不断增加, 分位数单位根检验的势与传统单位根检验的势之间的差距逐渐减少, 两者的检验功效随着样本容量的增加趋于一致。但这里存在一个异常点, 那就是当  $\rho=0.95$ , 亦即真实数据的持续性非常强、非常接近单位根状态时, 即使样本容量不断增加, 传统单位根检验的势依然要远低于分位数单位根检验的势。因此, 当时间序列的扰动项为非正态分布且

表 2  $u_t \sim t(2)$  时的检验绩效比较表

样本容量	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	
									$\rho=1$
n=50	0.052	0.051	0.047	0.048	n=50	0.057	0.06	0.245	0.16
n=75	0.05	0.05	0.047	0.052	n=75	0.074	0.069	0.296	0.286
n=100	0.051	0.05	0.046	0.047	n=100	0.11	0.196	0.479	0.369
n=125	0.052	0.052	0.049	0.046	n=125	0.126	0.122	0.695	0.633
n=150	0.051	0.052	0.051	0.051	n=150	0.162	0.167	0.735	0.704
n=175	0.052	0.053	0.046	0.04	n=175	0.202	0.206	0.796	0.746
n=200	0.051	0.048	0.045	0.047	n=200	0.288	0.328	0.846	0.769
n=250	0.051	0.048	0.049	0.05	n=250	0.396	0.423	0.968	0.918
n=300	0.049	0.047	0.053	0.045	n=300	0.567	0.597	0.975	0.964
		$\rho=0.90$				$\rho=0.85$			
n=50	0.086	0.098	0.319	0.37	n=50	0.156	0.168	0.463	0.472
n=75	0.158	0.166	0.514	0.467	n=75	0.301	0.354	0.766	0.705
n=100	0.334	0.573	0.855	0.719	n=100	0.616	0.781	0.928	0.893
n=125	0.394	0.431	0.843	0.756	n=125	0.766	0.84	0.977	0.928
n=150	0.551	0.612	0.975	0.883	n=150	0.894	0.946	0.984	0.977
n=175	0.706	0.759	0.964	0.945	n=175	0.965	0.984	0.998	0.998
n=200	0.334	0.561	0.996	0.988	n=200	0.616	0.781	1	0.999
n=250	0.955	0.974	0.999	0.999	n=250	0.996	0.998	1	1
n=300	0.988	0.994	0.999	0.999	n=300	1	1	0.997	0.998

表 3  $u_t \sim t(3)$  时的检验绩效比较表

样本容量	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	
									$\rho=1$
n=50	0.052	0.054	0.049	0.052	n=50	0.068	0.063	0.115	0.094
n=75	0.049	0.053	0.055	0.054	n=75	0.084	0.085	0.151	0.153
n=100	0.048	0.049	0.042	0.049	n=100	0.126	0.211	0.298	0.192
n=125	0.052	0.051	0.047	0.051	n=125	0.135	0.141	0.218	0.152
n=150	0.049	0.049	0.046	0.049	n=150	0.177	0.186	0.478	0.321
n=175	0.052	0.05	0.043	0.046	n=175	0.227	0.23	0.587	0.506
n=200	0.051	0.052	0.045	0.051	n=200	0.31	0.428	0.659	0.562
n=250	0.051	0.051	0.043	0.053	n=250	0.438	0.45	0.655	0.584
n=300	0.048	0.051	0.051	0.047	n=300	0.576	0.597	0.804	0.767
		$\rho=0.90$				$\rho=0.85$			
n=50	0.098	0.105	0.283	0.242	n=50	0.154	0.176	0.261	0.255
n=75	0.163	0.175	0.35	0.273	n=75	0.334	0.38	0.576	0.523
n=100	0.368	0.462	0.486	0.432	n=100	0.544	0.682	0.74	0.632
n=125	0.41	0.449	0.264	0.334	n=125	0.743	0.819	0.826	0.77
n=150	0.562	0.612	0.797	0.624	n=150	0.888	0.938	0.949	0.892
n=175	0.697	0.753	0.89	0.8	n=175	0.959	0.98	0.966	0.95
n=200	0.856	0.902	0.951	0.922	n=200	0.998	1	0.989	0.993
n=250	0.951	0.969	0.941	0.959	n=250	0.999	0.999	0.996	0.997
n=300	0.99	0.995	0.934	0.985	n=300	0.999	0.999	0.999	1

表 4  $u_t \sim t(4)$  时的检验绩效比较表

样本容量	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	ADF	PP	$t_n(0.5)$	QKS	
									$\rho=1$
n=50	0.052	0.052	0.051	0.042	n=50	0.068	0.065	0.065	0.059
n=75	0.052	0.052	0.047	0.052	n=75	0.083	0.078	0.11	0.106
n=100	0.051	0.05	0.044	0.046	n=100	0.137	0.14	0.202	0.19
n=125	0.054	0.049	0.051	0.048	n=125	0.144	0.147	0.157	0.176
n=150	0.047	0.05	0.051	0.053	n=150	0.185	0.196	0.328	0.282
n=175	0.052	0.052	0.049	0.053	n=175	0.231	0.236	0.323	0.294
n=200	0.049	0.05	0.045	0.05	n=200	0.31	0.462	0.492	0.416
n=250	0.047	0.05	0.046	0.051	n=250	0.426	0.447	0.596	0.505
n=300	0.05	0.05	0.045	0.045	n=300	0.582	0.602	0.781	0.712
		$\rho=0.90$				$\rho=0.85$			
n=50	0.11	0.113	0.104	0.099	n=50	0.163	0.186	0.197	0.159
n=75	0.179	0.183	0.207	0.198	n=75	0.33	0.387	0.359	0.391
n=100	0.352	0.44	0.532	0.474	n=100	0.522	0.62	0.732	0.714
n=125	0.414	0.451	0.483	0.433	n=125	0.748	0.822	0.767	0.617
n=150	0.557	0.601	0.658	0.56	n=150	0.876	0.932	0.889	0.835
n=175	0.689	0.746	0.768	0.64	n=175	0.948	0.981	0.941	0.908
n=200	0.856	0.876	0.902	0.898	n=200	0.966	0.978	0.94	0.957
n=250	0.944	0.966	0.89	0.92	n=250	0.998	0.999	0.996	0.999
n=300	0.991	0.994	0.962	0.972	n=300	1	1	0.997	0.998

真实序列为稳定序列但非常接近于单位根状态时, 分位数单位根检验发生“纳伪”错误的概率要低于传统的单位根检验。

总之, 通过以上数值模拟可以发现: 当真实数据为非平稳序列时, 传统单位根检验与分位数单位根检验的检验功效相差不大, 前者甚至略优于后者; 当误差项服从  $t$  分布时, 分位数单位根要优于传统的单位根检验。在实际应用中, 实际的时间序列数据尤其是金融时间序列数据通常呈现“尖峰厚尾”特征, 因此用  $t$  分布来刻画扰动项的分布会更接近实际, 在检验呈“尖峰厚尾”特征的时间序列的稳定性时, 分位数单位根检验不仅能获得在不同分位点上的数据稳定特征, 还能获得比传统的单位根检验更高的检验功效。

#### 四、实例应用

为了说明分位数单位根检验在检验时间序列非对称动态行为方面的独有优势, 本节基于中国人民银行编制的企业商品交易价格指数 (corporate goods price index, CGPI), 使用分位数单位根检验来研究中国商品价格的非对称惯性特征。CGPI 的前身是国内批发物价指数 (Wholesale Price Index, WPI), 涵盖除西藏之外的中国大陆所有省、区、直辖市, 报价基点企业 2 700 个, 共选择代表商品 791 种, 代表规格品为 1 700 个, 能比较科学地反映中国

商品的价格变动。选取样本期为 1999 年 1 月至 2013 年 4 月的月度数据, 共 172 个观测, 数据来源于和讯财经网。该数据为同比数据, 上年同期取 100, 将该指数减去 100, 即得到产品价格的增长率, 图 1 描绘了该增长率的时间序列图。

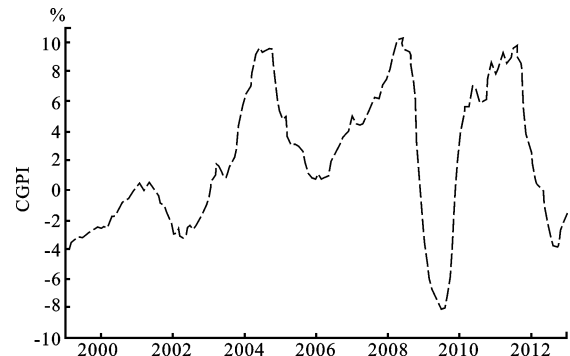


图 1 企业商品价格指数时间序列图  
(1999.01—2013.04)

图 1 中可看出: 从 1999 年到 2003 年中, 商品价格指数处于持续紧缩阶段; 从 2003 年起, 商品交易价格指数呈现出 3 个比较明显的波动周期, 在 2004 年、2007 年和 2011 年, 商品交易价格指数出现 3 个比较明显的波峰, 在这几次价格上涨的高点之后, 商品价格的增幅又迅速下落至负数。总的来看, 商品价格具有较强的惯性特征, 本期具有较高的价格水平, 一般下一期往往也具有较高的价格水平, 但是从较长时期来看, 商品价格又呈现高低交替的动态变化特征。

表 5 商品价格指数描述性统计量和单位根检验结果表

均值	最小值	最大值	标准差	偏度	峰度	JB	水平 ADF	水平 PP	差分 ADF	差分 PP
1.94	-8.00	10.30	4.65	0.08	2.02	7.04**	-3.27**	-1.85	-5.22***	-5.34***

注: \*, \*\*, \*\*\* 分别表示在 10%、5% 和 1% 的显著性水平下显著, 下同。

从表 5 可知: 商品价格指数的偏度系数大于 0, 峰度系数大于 1, 而 JB 统计量在 5% 的显著性水平下显著, 说明商品价格指数呈现右偏形态、且不服从正态分布; 在文献中使用最多的是 ADF 和 PP 单位根检验, 检验商品价格指数是否具有单位根, 并将这两种单位根检验结果作为基准与分位数单位根检验进行比较。从表 5 可以看出, ADF 单位根检验和 PP 单位根检验的结果不一致, 对原始序列采用 ADF 单位根检验, 结果是序列平稳, 而 PP 检验的结果是序列具有单位根的非平稳过程。

表 6 分位数单位根检验临界值表

分位数	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95	QKS
10%	-1.911	-1.926	-1.916	-1.898	-2.031	-2.168	-2.139	-2.104	-2.075	-1.759	-1.612	2.926
5%	-2.287	-2.288	-2.240	-2.196	-2.350	-2.470	-2.455	-2.428	-2.413	-2.128	-1.983	3.239
1%	-3.483	-2.985	-3.043	-2.858	-2.881	-3.071	-3.097	-3.057	-2.896	-2.882	-2.828	3.986

注: QKS 检验为上侧临界值, 各分位数下单位根检验为下侧临界值; 10%、5%、1% 表示显著性水平。

采用 Koenker 等人的分位数自回归模型对商品价格增长率进行建模<sup>[7]</sup>, 设定最大滞后阶数为 6, 利用 BIC 准则选取最优滞后阶数, 并利用 Koenker 等人的分位数单位根检验, 检验各分位数下的序列持续性即一阶滞后项值是否为 1<sup>[1]</sup>。由于受到冗余参数和数据非平稳性的影响, 分位数单位根检验统计量不具有标准分布, 因此利用 bootstrap 方法, 重复抽样 2 000 次, 得到用于检验特定分位数的单位根检验统计量  $\ln(\tau)$  的临界值以及用于检验整个分位数过程中的单位根检验统计量 QKS 的临界值, 结果见表 6。

表 7 给出在各个分位点下商品价格增长率的分位数自回归估计以及根据表 6 的临界值得到的分位数单位根检验的结果,  $\alpha_1(\tau)$  为自回归模型中自回归系数的总和,  $\alpha_1(\tau)$  越接近于 1, 商品价格的惯性越强。从表 7 中发现,  $\alpha_1(\tau)$  的估计值区间为 [0.877, 0.999], 均值为 0.965。由此可见,  $\alpha_1(\tau)$  的估计值都非常接近于 1, 说明中国商品价格的变动存在高度的惯性特征。从表 4 中还可以发现, 在不同分位点

表 7 商品价格的位分数单位根检验表

分位数	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95
$\alpha_1(\tau)$	0.877	0.912	0.953	0.967	0.974	0.978	0.989	0.988	0.999	0.990	0.992
$t_n(\tau)$	-3.88***	-3.16***	-2.76**	-2.14*	-2.09*	-1.93	-0.83	-1.03	-0.05	-0.39	-0.15
QKS	3.88**										

注: 临界值在表 6 中列出。

分析表 7 中的各分位数下单位根检验结果: 当分位点小于等于 0.4 时, 即商品价格处于紧缩阶段时, 商品价格增长率是稳定的; 当分位点大于 0.4, 即商品价格处于稳定或者上涨通道中时, 商品价格增长率序列则无法拒绝存在单位根的原假设, 此时商品价格增长率存在显著的惯性特征。本文的单位根检验与目前常用的单位根检验方法不同, 这些检验方法认为经济序列要么是平稳的、要么是非平稳的, 而笔者的研究表明, 经济序列可能同时具有平稳和非平稳的特性, 因此笔者的研究结论与 Aksoy 等人的研究一致<sup>[16]</sup>。上述分位数单位根检验是针对各个分位点展开的, 同样可以检验商品价格增长率序列在所有分位点上是否存在单位根, 该检验可以由式(15)的 QKS 统计量来完成。从表 7 中最后一行给出的 QKS 检验统计量值的结果发现, 商品价格增长率为全局平稳序列, 这一点与表 5 中 ADF 检验一致, 而与 PP 检验结果不同。

## 五、结束语

单位根检验是时间序列数据处理的必要过程之一, 但当前主要的单位根检验方法都是通过条件均值处分析变量的当期值与滞后项之间的关系来判断序列的稳定性, 这种方法无法提供数据在其他分布点上的平稳性质。Koenker 等人提出分位数单位根检验方法<sup>[1]</sup>, 可以分析在不同分位数下时间序列

上,  $\alpha_1(\tau)$  的估计值存有比较明显的差异从与分位数之间呈现出一种递增关系, 分位数越高,  $\alpha_1(\tau)$  越接近于 1。由于高分位点的是商品价格增长率快速上升的分位点, 因此这种递增关系说明商品价格在上涨阶段持续时间越长。上述结论充分说明, 中国商品价格的惯性存在显著的非对称特征, 商品价格上涨阶段惯性不断增强。

的平稳性质, 是对传统的单位根检验方法的一大拓展。传统的单位根检验除了仅仅局限于条件均值处之外, 检验的低势问题也被大量研究所诟病, 而分位数单位根在检验功效方面是否有所改善, 现有文献并未提及。

本文使用蒙特卡洛模拟, 比较了分位数单位根检验与传统的单位根检验在不同的扰动项分布下的检验功效, 研究结果表明: 当真实数据为非平稳序列时, 传统单位根检验与分位数单位根检验的检验功效相差不大, 前者甚至略优于后者; 当误差项服从  $t$  分布时, 分位数单位根要优于传统的单位根检验, 尤其是当真实序列的自回归系数接近于 1 时, 即使样本容量不断增加, 传统的单位根检验发生“纳伪错位”的概率也要远远高于分位数单位根检验。为了更具体地体现出分位数单位根检验的优势, 本文利用中国人民银行编制的企业商品交易价格指数进行了实例应用, 结果发现在低分位数处 CGPI 不具有持续性, 而在中高分位数处 CGPI 具有持续性, 从而不同于以往的单位根检验在样本期内得到序列为平稳或非平稳的结论, 认为时间序列同时具有平稳和非平稳的特征。

本文研究的贡献在于, 比较了传统的单位根检验和分位数单位根检验在不同环境下的检验功效, 既拓展了分位数单位根检验在小样本下的性质, 也为实际应用时的方法选择提供了依据。

## 参考文献:

- [1] Koenker R, Xiao Z. Unit Root Quantile Autoregression Inference[J]. Journal of the American Statistical Association, 2004, 99(476).
- [2] Dickey D A, Fuller W A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root[J]. Journal of

- the American Statistical Association, 1979,74(366).
- [3] Said E S, Dickey D A. Testing for a Unit Root in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order[J]. *Biometrika*, 1984,71(3).
- [4] Phillips P C B, Perron P. Testing for Unit Root in Time Series Regression[J]. *Biometrika*, 1988(2).
- [5] Phillips P C B, Xiao Z. A Primer on Unit Root Testing[J]. *Journal of Economic Survey*, 1998(5).
- [6] Lima L R, Gaglianone W P, Sampaio P M B. Debt Ceiling and Fiscal Sustainability in Brazil: A Quantile Autoregression Approach[J]. *Journal of Development Economics*, 2008(2).
- [7] Koenker R, Xiao Z. Quantile Autoregression[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2006,101(475).
- [8] Tsong C-C, Lee C-F. Asymmetric Inflation Dynamics: Evidence from Quantile Regression Analysis[J]. *Journal of Macroeconomics*, 2011(4).
- [9] 陈雄强, 张晓彤, 张庆昌. 通货膨胀持久性及其非对称性研究——基于分位数自回归模型[J]. *经济与管理研究*, 2013(3).
- [10] Wu Y. Are Real Exchange Rates Non Stationary? Evidence from a Panel Data Test. [J]. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1996(1).
- [11] Koenker R, Bassett G. Regression Quantiles[J]. *Econometrica*, 1978(1).
- [12] Siddiqui M. Distribution of Quantiles from a Bivariate Population[J]. *Journal of Research of National Bureau of Standards*, 1960,64B(3).
- [13] Schwert G W. Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation[J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 1989(2).
- [14] 夏南新. 单位根的 DF、ADF 与 PP 检验比较研究[J]. *数量经济与技术经济研究*, 2005(9).
- [15] 白仲林, 赵嫣. 检验式设定错误对时间序列单位根检验小样本性质的影响[J]. *统计与信息论坛*, 2008(5).
- [16] Aksoy Y A, Orphanides D, Small V, Wieland D, Wilcox. A Quantitative Exploration of the Opportunistic Approach to Disinflation[J]. *Journal of Monetary Economics*, 2006(8).

### The Finite Sample Performance of Quantile Unit Root Test and Its Application

WU Liang<sup>1</sup>, DENG Ming<sup>2, 3</sup>

(1. School of Mathematics and Computational Science, Fuyang Teachers College, Fuyang 236041, China;

2. School of Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China;

3. Institute for Urban and Environmental Studies, Chinese Academy of Social Science, Beijing 100836, China)

**Abstract:** This article compares Quantile unit root test with classic ADF and PP unit root test under different data generating process through Monte Carlo simulation and finds that ADF and PP have a slight advantage over quantile unit root test under Gaussian distribution and quantile unit root test is superior to ADF and PP under t distribution. Using corporate goods price index of China, we give the application of quantile unit root test, empirical result shows that CGPI has asymmetric persistence.

**Key words:** quantile unit root test; data generating process; corporate goods price index

(责任编辑:郭诗梦)