

数学焦虑对工作记忆子系统及数学心算的影响分析

张承芬¹ 孙金玲^{*2}

(¹ 济南大学, 济南, 250022) (² 山东司法警官职业学院, 济南, 250014)

摘 要 本研究从工作记忆容量的角度入手, 探讨数学焦虑对工作记忆子系统及数学心算成绩的影响, 并寻求三者之间关系的理论解释。本研究为 $3 \times 2 \times 2$ 混合实验设计, 即三组被试(高、中、低数学焦虑组)、工作记忆两个子系统(言语工作记忆和视空间工作记忆)和两种数学心算任务难度, 并记录数学心算的反应时和正确率作为其成绩指标。结果表明在要求较高工作记忆容量的数学心算任务中, 数学焦虑通过言语工作记忆和视空间工作记忆都会对数学心算成绩产生影响, 其中视空间工作记忆是数学焦虑与复杂数学心算反应时之间的中介变量。

关键词 数学焦虑 言语工作记忆 视空间工作记忆 数学心算

1 问题提出

自 Richardson 和 Suinn (1972) 开创了数学焦虑的研究之后, 数学焦虑的研究主要是在心理测量学领域内发展; 而 Groen 和 Parkman (1972) 开创了对数学认知的研究, 主要涉及个体解决数学问题时潜在的心理加工过程以及有关数学知识的心理表征。Ashcraft 等人 (1994) 尝试将数学焦虑同数学认知结合起来进行研究, 并探讨了数学焦虑对事实性知识和程序性知识及对工作记忆的影响。Ashcraft (1995) 在对数学焦虑的研究中指出, 当数学任务要求工作记忆大量参与时, 高数学焦虑者的数学成绩会较低, 同时对高数学焦虑者来说, 那些高工作记忆容量者的成绩要好于低工作记忆容量者的成绩。耿柳娜等人 (2005) 也发现, 高数学焦虑儿童在解题策略使用上灵活性明显降低, 而低数学焦虑儿童的认知资源基本上可以满足当前问题解决的需要。Eysenck (1992)、Shackman (2006) 等人探讨了焦虑对工作记忆的影响, 并提出过程效能理论予以解释, 但是他们的大部分工作是针对一般焦虑进行研究的。而对数学焦虑来说, 虽然 Heather Miller (2004) 曾指出数学焦虑可能与视空间推理有关, 但仍需借鉴 Ashcraft (1995)、Eysenck (1992) 等人的研究成果继续深入探讨数学焦虑对工作记忆系统的影响。

就工作记忆与数学成绩而言, 有研究表明工作记忆与数学成绩密切相关, Geary 和 Widaman (1992) 的研究还指出工作记忆容量与事实提取速度及进位运算速度相关较高, 工作记忆容量越高, 其速度越快, 可以认为进位运算的执行受工作记忆控制, 因而

需要对工作记忆容量提出特殊的要求。这些研究都比较关注数学计算能力, 然而在数学焦虑的研究中, 许多研究者多参照学期考试成绩或数学标准成就测验成绩等, 借以研究数学焦虑与数学成绩之间的关系, 而对于那些要求较高工作记忆容量的数学心算任务, 数学焦虑与其成绩之间的关系仍不明晰。

对数学焦虑、工作记忆及数学心算这三者来说, Ashcraft (2001) 等人采用双重任务模式, 要求被试做数学加法题——基本任务, 与此同时要求被试完成字母记忆任务, 结果发现对于要求较高工作记忆容量的数学任务, 高数学焦虑者的数学成绩会很低。Ashcraft 认为, 对于数学焦虑者来说, 任何一个数学任务都是一个双重程序, 即数学运算是基本任务, 对极端思想的关注和焦虑是消耗有限工作记忆资源的第二任务。由于高数学焦虑者对这些强制性思想的关注分散了工作记忆活动, 从而减少了本该用于数学运算的工作记忆容量, 导致较低的数学成绩。Ashcraft (2001) 等人的研究使得数学焦虑、工作记忆及数学心算的关系进一步明晰, 但是结合 Baddeley (1974) 提出的工作记忆两个子系统——言语工作记忆和视空间工作记忆, 数学焦虑对它们的影响还不明晰, 所以本研究就数学焦虑对工作记忆两个子系统及数学心算的影响做进一步实证分析。综上所述, 本研究预期数学焦虑与视空间工作记忆相关更高; 对要求较高工作记忆容量的数学任务, 数学焦虑与数学心算成绩呈负相关; 在要求较高工作记忆容量的数学心算任务中, 数学焦虑通过言语工作记忆和视空间工作记忆都会对数学心算成绩产生影响, 但数学焦虑通过视空间工作记忆对数学心算成绩的

* 通讯作者: 孙金玲。E-mail: mywork789@163.com

影响更大一些。

2 研究方法

2.1 被试

随机选取济南某高校理工科大二、大三学生 297 名,参加修订的《数学焦虑量表》测验,剔除数学焦虑得分在正负三个标准差之外的被试,将剩余的被试分为高、中、低数学焦虑组各 32 人参加工作记忆子系统及数学心算的测量。最后得到 84 名被试的有效数据,平均年龄 20.9 岁,其中高、中、低数学焦虑组分别为 26 人、27 人和 31 人,男生 44 人,女生 40 人。方差分析结果表明,高、中、低数学焦虑组之间数学焦虑水平具有显著差异($F = 760.308, p = .000$)。

2.2 测量工具

2.2.1 数学焦虑量表

本研究对 Alexander 和 Martray(1989)25 个项目的数学焦虑量表(sMARS)进行了修订,修订后的量表 Cronbach Alpha 系数为 .925,三个分量表及总量表的分半信度依次为 .868、.682、.828、.902。从施测后对部分大学生访谈的反馈信息来看,学生在答题时未出现难于理解句子含义、影响填写的情况。

2.2.2 工作记忆任务

言语工作记忆任务参照 Daneman 和 Carpenter(1980)创造并由 Bichsel 和 Roskos - Ewoldsen(1999)拓展的范式编制而成的言语工作记忆广度任务,每一个句子的长度从 9 到 16 个汉字之间,并以不同的、低表象性的词语结尾。视空间工作记忆任务通过计算机的折纸任务(Salthouse, Babcock, Mitchell, Palmon, & Skovronek, 1990)来评定,纸张是用呈现在计算机屏幕上的长方形来代表的。

2.2.3 数学心算任务

数学心算任务为加法题,其难度从问题大小和是否进位两方面来设定,问题从小到大分别设定为两位数 and 三位数,其中两位数加法题不需要进位,计算结果仍为两位数;三位数加法题需要进位,并且控制进位次数为 2 次,计算结果仍为三位数。

2.3 研究设计

本研究为 $3 \times 2 \times 2$ 混合实验设计,即三组被试(高、中、低数学焦虑组)、工作记忆两个子系统(言语工作记忆和视空间工作记忆)和两种数学心算任务难度。其中数学焦虑水平为被试间变量,工作记忆两个子系统和数学心算任务难度为被试内变量。

2.4 研究程序

在正式施测前一周进行预试,用以检测工作记忆及心算题目是否科学合理。正式施测时,对数学焦虑进行团体施测,工作记忆子系统及数学心算任务的测量使用计算机进行个别施测。为了避免顺序效应,个别施测的三个测试的顺序是随机的;为了使主试的操作误差保持恒定,整个施测过程中一直由固定主试负责。采用 SPSS16.0 进行数据处理和分析。

言语工作记忆的测量:共有 4 套句子,分别表示言语工作记忆的广度为 2、3、4、5,每套句子有 5 个句组。每次测试之前均在屏幕中央呈现“准备”,待被试作好准备以后,主试开始按回车键,在屏幕中央呈现一个句子,其中要求记忆的词语已用下划线标示出来,待被试大声读完句子,主试立即按回车键呈现下一个句子,直到屏幕出现“?”字样,即表示一组句子呈现完毕,被试则按顺序把要求记忆的词语回忆出来。为了防止被试不理解句意而片面记忆句子的最后一个词语,待其回忆完词语后,主试针对该句组中的任一句子(最后一句除外)提出问题让被试回答,若回答错误,则该句组成绩取消。这 4 套句子的分值分别为 2 分、3 分、4 分和 5 分,若被试在某套 5 组句子中至少有三组能正确回忆词语,并能正确回答提出的问题,则得到该套句子的分值,若少于 3 组,则根据通过的组数,以每组 0.2 的分值在上一套句子分值的基础上累加分数。

视空间工作记忆的测量:共有 4 套折纸任务,折叠次数分别为 1 次、2 次、3 次和 4 次,分别表示视空间工作记忆的广度为 2、3、4、5,每套折纸任务有 5 个。每次测试之前均在屏幕中央呈现“准备”,待被试作好准备以后,主试开始按回车键,在屏幕上呈现一个长方形代表纸张,将纸张折叠数次,然后在折叠后的纸张上出现一个圆形,代表一个洞,让被试推断纸张如何展开以及展开后洞的位置分布,然后呈现展开的纸,让被试指出这是否代表了刚才有洞的那张纸,并在键盘上输入判断,“Y”代表“是”,“N”代表“否”。这 4 套折纸任务的分值分别为 2 分、3 分、4 分和 5 分,若被试在某套 5 个任务中至少有三个能进行正确判断,则得到该套任务的分值,若少于 3 组,则根据通过的个数,以每个 0.2 的分值在上一套任务分值的基础上累加分数。

数学任务测验:加法题通过计算机随机呈现,不允许被试出声读出题目、使用手指或其它文具帮助计算。共有 20 道加法题,两种难度水平的题目各 10 道,由计算机记录被试的反应时,主试统计正确率。

被试在参加正式实验之前先练习每种难度水平的题目各2道。在指导语中说明被试在保证正确率的情况下要尽量快速答题。每次测试之前均在屏幕中央呈现“准备”，待被试作好准备以后，主试开始按键，在屏幕中央呈现阿拉伯数字加法题。实验刺激一直呈现，直到被试说出答案，主试立刻按回车键停止，然后主试按回车键在屏幕上接着呈现下一次测验的“准备”字样，计时时间从呈现加法题开始一直到被试说出最终答案。

3 结果

3.1 数学焦虑与工作记忆子系统

对数学焦虑与言语工作记忆、视空间工作记忆进行相关分析，结果表明数学焦虑与言语工作记忆相关不显著($r = .023, p > .05$)，与视空间工作记忆呈显著负相关($r = -.242, p < .05$)。多元方差分析结果表明各数学焦虑组的言语工作记忆不存在显著差异($F(2, 81) = .079, p > .05$)，但是其视空间工作记忆具有显著差异($F(2, 81) = 7.397, p < .05$)。对视空间工作记忆进行事后多重比较，结果表明高、低数学焦虑组之间($MD = -.404, p < .05$)及中、低数学焦虑组之间($MD = -.561, p < .05$)都有显著差异，而高、中数学焦虑组之间没有显著差异($MD = -.158, p > .05$)。

3.2 工作记忆子系统与数学心算成绩

对工作记忆两个子系统与两种难度的数学心算成绩进行相关分析，结果表明在简单的数学心算任务上，言语工作记忆、视空间工作记忆与其反应时、正确率的相关都不显著。在复杂的数学心算任务上，言语工作记忆与其反应时呈显著负相关($r = -.225, p < .05$)，视空间工作记忆与其反应时的负相关呈边缘显著($r = -.197, p = .06$)。工作记忆两个子系统与复杂数学心算的正确率相关都不显著。

分别对简单和复杂数学心算的反应时、简单和复杂数学心算的正确率进行配对样本 t 检验，结果表明两者都存在显著差异，即简单数学心算的反应时显著低于复杂数学心算的反应时($t = -23.578, p < .05$)，而其正确率显著高于复杂数学心算的正确率($t = 5.662, p < .05$)。

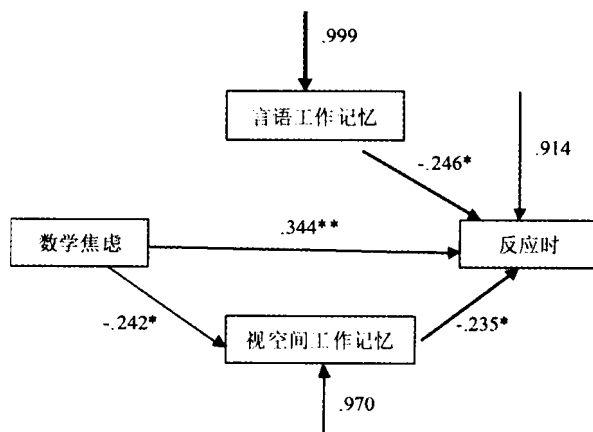
3.3 数学焦虑与数学心算成绩

从简单数学心算成绩来看，数学焦虑与其反应时和正确率相关不显著；方差分析结果表明，各数学焦虑组之间的反应时和正确率没有显著差异。从复杂数学心算成绩来看，相关分析结果显示，高、中、低

数学焦虑组的反应时依次减少，数学焦虑与复杂数学心算的反应时呈显著正相关($r = .305, p < .01$)，而与其正确率不存在显著相关；方差分析结果表明，数学焦虑水平对反应时的主效应显著($F(2, 81) = 5.274, p < .05$)，且各数学焦虑组之间的反应时具有显著差异($F(2, 81) = 5.436, p < .05$)；事后多重比较表明，高、中数学焦虑组之间($MD = 11.996, p < .05$)及高、低数学焦虑组之间($MD = 12.589, p < .05$)在反应时上都有显著差异，而中、低数学焦虑组之间没有显著差异($MD = .593, p > .05$)。数学焦虑水平对正确率的主效应不显著，各数学焦虑组之间没有显著差异。

3.4 数学焦虑对工作记忆子系统及数学心算成绩的路径分析

如前所述，对于简单数学心算来说，数学焦虑与解决心算任务反应时、正确率相关均不显著，对于复杂数学心算来说，数学焦虑与复杂数学心算的反应时呈显著的正相关($r = .305, p < .01$)，而与其正确率相关不显著，所以仅对复杂数学心算的反应时进行路径分析，各路径系数如图1所示：



注：* $p < .05$ ，** $p < .01$

图1 数学焦虑对工作记忆子系统及复杂数学心算反应时的路径图

由上图路径系数可以看出，在对复杂数学心算反应时的影响路径中，有三条显著路径，一是数学焦虑直接影响复杂数学心算的反应时，二是言语工作记忆直接影响复杂数学心算的反应时，三是数学焦虑经由视空间工作记忆间接影响复杂数学心算的反应时，其中数学焦虑对视空间工作记忆的路径系数、视空间工作记忆对反应时的路径系数均具有显著性水平。由此可知视空间工作记忆是数学焦虑与复杂数学心算的反应时之间的中介变量。

4 讨论

4.1 数学焦虑及其效应

本研究结果表明数学焦虑与言语工作记忆相关不显著,而与视空间工作记忆呈显著负相关,对此的解释是数学焦虑可能主要与视空推理有关。Miller (2004)的研究也支持了这一点。虽然 Markham 和 Darke (1991)、Rapee (1993) 和 Ikeda 等人 (1996) 的研究表明焦虑更容易干扰言语任务操作,从而影响言语工作记忆,但是并没有具体区分焦虑的类型。对于数学焦虑,早在 1957 年, Dreger 和 Aiken 就发现数字焦虑 (number anxiety) 与数学成绩密切相关, Richardson 和 Suinn (1972) 年拓展了数字焦虑的内涵,并开创带动了对数学焦虑的研究。Hembree (1990) 曾通过元分析,指出数学焦虑与其它焦虑既相关又有区别,数学焦虑是真实的焦虑反应,它与考试焦虑相关系数为.52,与其它焦虑的相关范围从.35 到.40,数学焦虑量表的内部相关从.50 到.70,现存的数学焦虑量表可以对数学焦虑进行可信有效的测量。Ashcraft (2001) 研究也发现,与听觉工作记忆广度相比,数学焦虑与计算工作记忆广度的相关更高,他认为数学焦虑作为一种特质性焦虑,不是一种附带现象,也不是一种与心理加工过程无关的信息,而是对认知过程产生重要影响的变量,数学焦虑会占用部分工作记忆容量,在数学及数学相关情境中对个体产生影响。数学焦虑可能是一种特殊类型的焦虑。

在完成数学心算任务的过程中,尽管本研究要求被试“尽可能快速而正确地完成数学心算任务”,数学焦虑者还会在反应时和正确率之间权衡,要么以牺牲反应时为代价求得高正确率,要么以牺牲正确率为代价求得快速的解题时间。Ashcraft (1998) 曾指出两种基本的数学焦虑效应:一是高数学焦虑者照常快速地对数学问题做出反应,有时他们的反应速度跟低数学焦虑者一样,但是他们要以牺牲正确率为代价;第二,有进位运算的加法题对高数学焦虑者来说比较困难,即使高低数学焦虑组的正确率没有显著差异,高数学焦虑组所用时间也要明显长于低数学焦虑组。对于复杂的数学心算来说,各数学焦虑组在其正确率上没有显著差异,而在其反应时有显著差异,可以说被试表现出了第二种数学焦虑效应。

4.2 数学焦虑对工作记忆子系统及数学心算影响的理论解释

从复杂数学心算的成绩来看,由于进位增加了工作记忆负荷,给工作记忆提出了更高的要求,数学

焦虑者在解决包含进位的加法题时有一定的困难,随着数学焦虑水平的提高,各组的反应时在增加,而正确率在下降,即认知效率越来越低。Hembree (1990) 在对 151 篇数学焦虑的文章进行元分析之后,也发现“数学焦虑与较差的数学成绩有关,它与积极的数学态度呈负相关,并会直接导致学生不愿意再学习数学课程。”但各数学焦虑组在复杂数学心算成绩的正确率上不存在显著差异,而在反应时上存在显著差异,数学焦虑对复杂数学心算的反应时有较好的预测作用。这里可能就存在被试对反应时和正确率的权衡。

本研究的路径分析表明,视空间工作记忆可能是数学焦虑与复杂数学心算的反应时之间的中介变量。这与 Eysenck 和 Calvo (1992) 提出的“过程效能理论”是一致的,即对于高数学焦虑者来说,他们的强制性思想或者担忧等负性情绪能够与正在进行的认知任务争夺工作记忆中有限的加工资源,其结果就是反应时增加或者准确率降低,即降低认知效率。由于对这些强制性思想的注意扮演了刺激任务的角色,被试分散了对数学任务的注意,所以数学成绩降低。从抑制的角度讲,也可以说高数学焦虑者所面临的困难包括对这些想法抑制的失败。这里可以整合 Eysenck 和 Calvo (1992) 过程效能理论和 Hasher 和 Zack (1991) 抑制理论来解释研究结果,这样不仅能解释为什么高数学焦虑者更容易分心,如由于受强制思想和担忧想法的影响,而且能解释为什么高数学焦虑者对这些干扰信息更敏感,如抑制缺陷的结果。但是本研究结果不支持 Sorg 和 Whitney (1992) 唤醒——成绩功能理论,这个理论认为那些具有中等数学焦虑水平被试的成绩要好于那些高数学焦虑或低数学焦虑水平被试的成绩,而本研究的结果表明了数学焦虑与数学成绩之间存在显著的负向关系,这可能说明数学焦虑是一种特殊类型的焦虑,也可能与本研究所采用的数学成绩评价指标(数学心算任务的反应时和正确率,而不是学生的学业考试成绩)有关系。

5 结论

(1) 数学焦虑与视空间工作记忆呈显著负相关,但是对言语工作记忆影响不大。

(2) 对于要求较高工作记忆容量的数学心算任务,数学焦虑与其成绩呈负相关。

(3) 对于要求较高工作记忆容量的数学心算任务,视空间工作记忆可能是数学焦虑与复杂数学心

算的反应时之间的中介变量。

参考文献

- 陈英和,耿柳娜. (2002). 数学焦虑研究的认知取向, *心理科学*, 25 (6), 653 - 655.
- 陈英和,耿柳娜. (2005). 数学焦虑对儿童加减法认知策略选择和执行的影响, *心理发展与教育*, 4, 24 - 27
- 耿柳娜,刘屈艳扬. (2009). 负性情绪与工作记忆的关系: 认知神经科学新取向, *中国特殊教育*, 2009, 3, 85 - 88.
- 王芳,李丽涛,邸秀娟,梁丹. (2011). 情绪对工作记忆影响的研究综述, *社会心理科学*, 7 (26), 26 - 28.
- Ashcraft, M. H., & Faust, M. W. (1994). Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. *Cognition and Emotion*, 8, 97 - 125.
- Ashcraft, M. H., Kirk, E. P., & Hopko, D. (1998). On the cognitive consequences of mathematics anxiety. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 175 - 196). East Sussex, Great Britain: Psychology Press.
- Ashcraft, M. H. & Elizabeth, P. K. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*. Vol. 130, No. 2, 224 - 237.
- Derek. R. H. Ashcraft, M H., & Gute, J. (1998). Mathematics anxiety and working memory: Support for the existence of a deficient inhibition mechanism. *Journal of Anxiety Disorders*. Vol. 12, No. 4, 343 - 355.
- Eysenck, M. W., & Calvo, M. G. (1992). Anxiety and performance: The processing efficiency theory. *Cognition and Emotion*, 6, 409 - 434.
- Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 33 - 46.
- John E. F. & Charles A. S. (2003). The role of the executive system in visual - spatial memory functioning. *Brain and Cognition*, 52, 364 - 381.
- Jonides, J. (1995) Working memory and thinking. In: Smith EE, Osherson D Eds. *Invitation to cognitive Science: Thinking*, 3 (2), 215 - 265.
- Markham, R., & Darke, S. (1991). The effects of anxiety on verbal and spatial task performance. *Australian Journal of Psychology*, 43, 107 - 111.
- Miller, H., & Bichsel, J. (2004). Anxiety, working memory, gender, and math performance. *Personality and Individual Differences*, 37, 591 - 606.

The Effects Analysis of Mathematics Anxiety on Working Memory Subsystems and Mental Arithmetic

Zhang Chengfen¹, Sun Jinling²

(¹ University of Jinan, Jinan, 250014) (² Shandong Vocational College of Judicial Police, Jinan, 250014)

Abstract Mathematics anxiety not only affects the development of individual emotion, but also affects the development of individual mathematics cognition. Ashcraft et al. (1994, 1998) attempted to develop a program of research that examines the possible cognitive consequences and correlates of mathematics anxiety and they obtained a lot of valuable results. But there are still ambiguities. For example, it is unclear which working memory subsystem is greatly impacted by the mathematics anxiety and how mathematics anxiety impacts on mental arithmetic achievement.

In this article, we discuss the effects of mathematics anxiety on working memory subsystems and mental arithmetic from work memory capacity. And then, we seek the theoretical explanations that can explain the relationship. It's $3 \times 2 \times 2$ mixed design: mathematics anxiety (high, medium, low), working memory (the phonological loop, the visuospatial sketchpad), and the mental arithmetic tasks. Mathematics anxiety was measured in classrooms by group testing. The working memory subsystem and mental arithmetic task were measured in a quiet laboratory using the computer by individual testing. And the reaction time and accuracy are regarded as the mental arithmetic performance index. The experimental results indicate that mathematics anxiety has a greater impact on the visual - spatial working memory. In mental arithmetic tasks that request high work memory capacity, mathematics anxiety is negatively correlated with the mental arithmetic achievement, and mathematics anxiety can influence mental arithmetic achievement by the phonological loop and the visuospatial sketchpad, and that the visuospatial sketchpad is the medium variable between mathematics anxiety and mental arithmetic (carry) reaction time.

According to these findings, we can integrate the processing efficiency theory proposed by Eysenck and Calvo (1992) and the inhibition theory proposed by Hasher and Zack (1991) to explain what we discovered in this experiment. That is, for those who are in high mathematics anxiety, their mandatory thoughts or fear and other negative emotions can struggle due to the limited processing resources in working memory with ongoing cognitive tasks, and then reaction time will increase or accuracy will cut. That is to say, the cognitive efficiency reduces. From the perspective of inhibition, we also can say those who are in high mathematics anxiety are confronted with some difficulties including failure of inhibition of these ideas. But the arousal - performance function theory can't be used to explain these findings. It may indicate that the mathematics anxiety is a special type of anxiety. It may also be associated with the mathematics achievement evaluation index used in the experiment (the reaction time and accuracy of mental arithmetic task, rather than the students' exam results).

Key words Mathematics anxiety, the Phonological loop, the Visuospatial sketchpad, Mental arithmetic